

THÈSES
PRÉSENTÉES
A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
POUR OBTENIR
LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Joël FRITZ

1^{re} THÈSE : Détermination au moyen d'une simulation analogique énergétique du rayonnement et des propriétés d'une antenne de révolution plongée dans le vide ou dans un milieu réactif et dissipatif (plasma).

2^e THÈSE : Phénomènes d'amplification acoustique associés à l'effet acousto-électrique dans les semi-conducteurs piezoélectriques.

Soutenues le 4 juillet 1968 devant la Commission d'examen.

MM. SIESTRUNCK Président.

ALAIS

TAILLET

} Examineurs.

O. N. E. R. A.
29, Avenue de la Division Leclerc,
92 CHATILLON
1968

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Joël FRITZ

1^{re} THÈSE : Détermination au moyen d'une simulation analogique énergétique du rayonnement et des propriétés d'une antenne de révolution plongée dans le vide ou dans un milieu réactif et dissipatif (plasma).

2^e THÈSE : Phénomènes d'amplification acoustique associés à l'effet acousto-électrique dans les semi-conducteurs piezoélectriques.

Soutenues le 4 juillet 1968 devant la Commission d'examen.

MM. SIESTRUNCK Président.

ALAIS

TAILLET

} Examinateurs.

O. N. E. R. A.

29, Avenue de la Division Leclerc,
92 CHATILLON

1968



TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
RÉSUMÉ	1
I. INTRODUCTION	3
I.1. Buts de l'étude.	3
I.2. Sommaire de l'étude.	6
II. SIMULATION ANALOGIQUE ÉNERGÉTIQUE	7
II.1. Principe général de la simulation.	7
II.1.1. Introduction.	7
II.1.2. Théorie générale.	7
II.1.3. Principe d'élaboration du réseau.	9
II.2. Adaptation de la méthode au calcul d'une antenne de révolution.	13
II.2.1. Considérations théoriques simplifiées.	13
II.2.2. Antenne de révolution rayonnant dans le vide.	14
II.2.2.1. Types d'énergie associés au rayonnement électromagnétique.	14
II.2.2.2. Calcul du motif fondamental du réseau.	15
II.2.2.3. Grandeurs physiques accessibles à l'analogie.	22
II.2.3. Antenne de révolution rayonnant dans un plasma inhomogène.	25
II.2.3.1. Types d'énergie associés au rayonnement électromagnétique dans un plasma.	26
II.2.3.2. Calcul du motif fondamental du réseau simulant la propagation dans le plasma.	30
II.3. Calcul du réseau simulateur d'une sphère dipolaire.	34
II.3.1. Coordonnées curvilignes choisies.	34
II.3.2. Simulation du rayonnement à l'infini.	37
II.3.3. Conductances de terminaison sur l'axe de révolution.	38
II.3.4. Conductances représentatives d'un plasma.	41
II.4. Calcul du réseau représentatif d'une antenne de forme quelconque.	42
II.4.1. Réseau de raccordement sphère antenne.	42
II.4.2. Calcul des éléments du réseau intermédiaire.	44
II.4.3. Conductances représentatives d'un plasma.	45
III. ÉTUDE DE LA SPHÈRE DIPOLAIRE	46
III.1. Sources théoriques. Adaptation au calcul numérique.	46
III.1.1. Calcul des diagrammes de rayonnement.	47
III.1.1.1. Calcul des composantes du champ.	47
III.1.1.2. Puissance rayonnée. Pseudo fréquences propres.	48
III.1.1.3. Diagrammes de rayonnement.	53
III.1.2. Calcul de l'impédance de l'antenne.	55
III.2. Construction du réseau. Instrumentation de mesure.	59
III.2.1. Technologie du réseau.	60
III.2.2. Matériels de mesure.	63
III.2.2.1. Excitation.	63
III.2.2.2. Mesures de potentiels.	63
III.2.2.3. Mesures de phases.	63
III.2.2.4. Mesures d'impédances.	64

III.3. Résultats expérimentaux.	64
III.3.1. Impédance d'antenne.	64
III.3.2. Diagrammes de rayonnement.	65
III.3.3. Carte de champ électromagnétique.	74
III.4. Confrontation des résultats, théorie-réseau.	74
III.4.1. Impédance d'antenne.	74
III.4.2. Diagrammes de rayonnement.	76
III.4.3. Carte de champs proches.	77
III.5. Introduction d'un plasma autour de la sphère.	77
III.5.1. Calcul des conductances représentant le plasma.	77
III.5.2. Plasma avec collisions.	78
III.5.3. Plasma sans collision.	78
IV. ANTENNE RAYONNANT DANS UN PLASMA DE RENTRÉE.	80
IV.1. Découpage de la zone de raccordement sphère engin.	81
IV.2. Conductances simulant la propagation dans le vide.	82
IV.3. Conductances simulant un plasma de rentrée.	84
IV.4. Résultats expérimentaux de l'antenne rayonnant dans le vide.	84
IV.5. Impédance d'antenne.	86
IV.6. Introduction d'un plasma de rentrée autour de l'antenne. Résultats.	87
IV.6.1. Excitation basse fréquence.	88
IV.6.2. Excitation haute fréquence.	89
V. SYNTHÈSE DE L'ÉTUDE	90
RÉFÉRENCES	92



RÉSUMÉ

L'objet de ce travail a été de déterminer et de décrire la réalisation d'un calculateur analogique, susceptible de simuler des antennes rayonnant dans le vide puis dans un plasma de caractéristiques données, tel celui qu'entoure un corps rentrant dans l'atmosphère. Ce calculateur a été conçu dans le cadre de la théorie de la simulation analogique énergétique que P. ALAIS a développée. Les résultats obtenus sur la machine donnent après traitement toutes les différentes grandeurs caractéristiques d'une antenne, à savoir les impédances de rayonnement et les diagrammes de rayonnement, avec la possibilité de varier continûment la fréquence d'émission étudiée. Il est également possible de visualiser des cartes d'équichamps donnant les champs proches au voisinage immédiat de l'élément excitateur.

Cette nouvelle machine offre également des perspectives de calculs pour toute antenne de révolution; elle démontre que la conception d'un réseau aux proportions non habituelles est parfaitement envisageable sur le plan technologique.

Mots-clés (thesaurus CEDOCAR) : Antennes - Plasma - Calculatrices analogiques - Simulateurs antennes - Antennes fentes - Antennes dipôles - Véhicules rentrée - Entrée atmosphère - Simulation - Réseaux électriques - Réseaux - Blackout électromagnétique - Milieu plasma - Oscillations plasma - Diagnostic plasma.

DETERMINATION, BY MEANS OF AN ANALOG ENERGETIC SIMULATION, OF THE RADIATION AND THE PROPERTIES OF AN AXI-SYMMETRIC ANTENNA IN VACUUM OR IN A REACTIVE AND DISSIPATIVE MEDIUM (PLASMA)

SUMMARY

The aim of this paper is to determine and to design an analog computer able to simulate antennas radiating in vacuum, and also in a plasma of given characteristics, such as that surrounding a body re-entering into the atmosphere. This computer has been conceived within the framework of the analog energetic theory developed by P. ALAIS. The results obtained on the machine give, after reduction, all the various characteristic data of an antenna, such as the radiation impedance and the radiation diagrams, with the possibility of the continuous variation of the emission frequency under study. It is also possible to visualize the equi-field charts giving the near fields immediately around the exciting element.

This new machine opens also new vistas for the design of any kind of axi-symmetrical antenna; it shows that the concept of an unfamiliarly large network can very well be considered on the technological point of view.

Key-words (NASA thesaurus) : Antennas - Slot antennas - Antenna radiation patterns - Electrical impedance - Analog simulation - Atmospheric entry simulation - Space environment simulation - Networks - Electric networks - Blackout (propagation) - Re-entry communication - Plasma resonance - Electromagnetic interactions - Plasma diagnostics.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554024_0016

I. INTRODUCTION

I,1. Buts de l'étude.

Les télécommunications entre une tête de fusée ou un satellite et une station fixe terrestre sont fortement perturbées lorsque ces engins rentrent dans l'atmosphère : l'échauffement aérodynamique est suffisant, au-dessus d'un certain nombre de Mach et pour une forme donnée, pour créer un gaz dense ionisé. Ce plasma peut modifier considérablement le diagramme de rayonnement des antennes, voire absorber et réfléchir totalement l'énergie radioélectrique émise.

En toute rigueur, ces perturbations ne peuvent être décrites que par un traitement complet de l'équation de propagation des ondes dans le milieu dispersif qui entoure l'émetteur. En fait, les caractéristiques particulières du plasma de rentrée, dans les conditions qui nous intéressent, permettent de simplifier le problème, au moins du point de vue des phénomènes de base à faire intervenir, pour décrire les propriétés locales du milieu dispersif.

On sait que dans certains plasmas très chauds les mouvements de particules introduisent des effets non locaux, un courant apparaissant par exemple en un point par suite d'application d'un champ électrique en un autre point.

On peut fort heureusement montrer que dans le cas de rentrées de fusées balistiques ou de satellites terrestres le plasma produit a des températures électroniques suffisamment basses pour que ces effets non locaux soient absents [1] . Il est alors possible de définir les caractéristiques locales du plasma.

D'un autre côté il est important de noter que dans ces plasmas l'absorption des ondes électromagnétiques est fortement dominée par les collisions entre électrons et particules neutres. C'est pourquoi l'énergie qui peut se transmettre par couplage d'un mode de propagation à l'autre (couplage des ondes électromagnétiques avec les ondes électrostatiques par exemple) est négligeable par rapport à l'énergie perdue par collisions ; ce fait permet de négliger complètement l'étude des modes électrostatiques, et par conséquent d'adopter l'approximation diélectrique du plasma froid, encore simplifiée par le fait que, dans la gamme de fréquences choisie, il est légitime de considérer que seuls les électrons ont suffisamment peu d'inertie pour osciller sous l'effet du champ appliqué.

Enfin, l'utilisation de puissances d'antennes modérées permet d'éviter l'analyse difficile des effets non linéaires en conservant toujours l'approximation linéaire.

Dans ces conditions nous n'aurons à considérer que l'interaction des ondes électromagnétiques avec un "diélectrique équivalent" de permittivité ϵ^* . Le calcul de cette permittivité peut être conduit simplement dans l'hypothèse d'ondes de faible amplitude, ce qui rend possible la linéarisation des équations hydrodynamiques du plasma. Nous pouvons alors, à l'aide des équations de Maxwell, expliciter cette constante diélectrique sous la forme :

$$\epsilon^* = \epsilon_0 + \frac{\eta_e e^2}{j\omega m (j\omega + \nu)}$$

où ϵ_0 représente la permittivité du vide
 η_e nombre d'électrons par cm³
 e charge de l'électron
 ω pulsation de l'onde
 m masse de l'électron
 ν fréquence de collision électrons neutres.

En résumé, l'étude portera sur l'interaction d'un milieu de permittivité locale $\epsilon^*(\vec{r})$ ($\vec{r}$ rayon vecteur), avec une onde électromagnétique. Le domaine de fréquences dans lequel les hypothèses précédentes sont correctement vérifiées est situé dans la bande qui s'étend de 100 MHz à 10 GHz.

Si l'on compare le rapport D/λ_0 , où D est une dimension caractéristique du plasma et λ_0 la longueur d'onde dans le vide, il apparaît trois domaines :

- 1) le domaine où $D/\lambda_0 \gg 1$, où l'approximation WKB est possible
- 2) le domaine où $D/\lambda_0 \ll 1$, où l'approximation quasi-statique est possible
- 3) le vaste domaine intermédiaire, où l'équation de propagation est quasi insoluble par les moyens analytiques. Cette équation nécessiterait une capacité d'ordinateur exceptionnelle, si ce moyen de résolution était employé. Seule une technique analogique a paru limiter les difficultés pour la résoudre. La simulation analogique énergétique, présentée ici, représente discrètement toutes les énergies et leurs échanges intervenant dans un phénomène de ce genre. On verra que chacune des énergies réactives ou dissipatives vraies se retrouvent sous une forme analogue, électriquement dans le réseau simulateur.

L'équation de propagation classique des ondes électromagnétiques dans le vide se résout aisément lorsque les conditions aux limites sont simples. C'est pour cette raison que nombre d'antennes ont leurs caractéristiques (impédance et diagrammes de rayonnement) calculables analytiquement avec de plus ou moins grandes difficultés. En effet, dès que les répartitions de champs sur la surface d'éclairement de l'antenne, ou les répartitions de courant sur leur surface propre sont connues ou imposées a priori, le calcul devient

possible. En revanche, dès qu'une forme complexe est proposée, connaître a priori une distribution de champs ou de courants devient très difficile; aussi est-il indispensable de concevoir un calcul qui se passe de cette donnée. La simulation analogique répond à ce critère.

Toute antenne devient théoriquement calculable par cette méthode. Pratiquement il est fort peu concevable de réaliser un réseau électrique tridimensionnel bien que pour certaines applications réduites cela soit possible (calcul de résistance de structure). Par conséquent, seuls les phénomènes de propagation susceptibles d'être représentés par un réseau plan de conductances seront étudiés. Pour revenir aux buts de l'étude, il a fallu chercher une antenne qui par sa géométrie se ramenait à ce cas. Une symétrie de révolution crée, pour une antenne rayonnante, des conditions satisfaisantes. En effet (figure 1) les champs magnétiques et électriques sont soit azimutaux et méridiens, ou vice-versa, suivant que l'excitation, qui doit conserver la symétrie de révolution, est magnétique ou électrique. D'autre part, pour un corps de rentrée de révolution à axe de symétrie colinéaire à son vecteur vitesse, le plasma qui se forme autour sera de révolution. L'étude se ramène donc à un problème plan : la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu dispersif, homogène ou non.

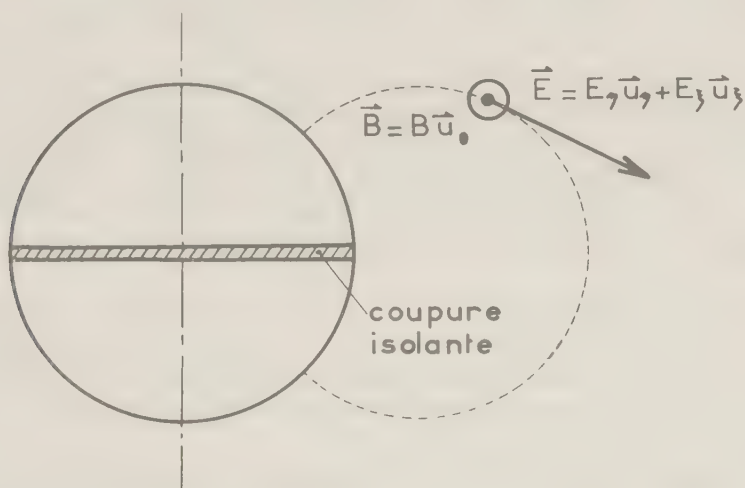


Fig. 1

Outre le but d'étudier des antennes de révolution de forme quelconque dans le vide, et celui d'étudier leur comportement dans un plasma donné, on peut espérer remonter à des configurations de plasma d'expériences physiques réelles, du genre écoulement hypersonique de gaz autour d'une maquette en soufflerie (Soufflerie à arc de l'O.N.E.R.A.). Si des hypothèses de travail sont émises pour le calcul d'un écoulement gazeux aérodynamique

autour d'une antenne, la comparaison des résultats expérimentaux réels à ceux obtenus en introduisant les données du plasma théorique sur le réseau permet de vérifier la validité des hypothèses de calcul.

1,2. Sommaire de l'étude.

Dans le premier chapitre, après l'exposé des motivations d'un travail de ce genre et un bref aperçu de la méthode employée, on justifie la validité de la simulation et on présente le mode d'emploi dans ses diverses applications.

Le second chapitre est consacré à la simulation analogique énergétique présentée par P. ALAIS dans un article de l'A.I.C.A. [3] et appliquée à l'étude de nombreux phénomènes physiques [4][5][6]. L'adaptation de cette méthode au calcul d'une antenne quelconque de révolution rayonnant dans le vide ou dans un milieu de constante diélectrique complexe et variable, cas d'un plasma inhomogène, est exposée. L'exemple d'une sphère dipolaire rayonnante est traité en détail. Ce paragraphe précède le cas d'une antenne de forme quelconque. On décrira la manière dont le réseau simulateur de la propagation de l'antenne sphérique sert de base à tous les autres réseaux.

Au chapitre III l'étude complète de la sphère dipolaire rayonnant dans le vide est faite tant du point de vue analytique que du point de vue simulation analogique. Ceci permet d'en déduire la précision d'un tel calcul. Le dernier paragraphe est consacré à l'introduction d'un plasma homogène, uniformément réparti autour de la sphère et aux résultats obtenus.

La quatrième partie est en quelque sorte l'application directe de la méthode à un problème concret. L'étude d'un corps de rentrée, constituant entièrement une antenne, placé dans le vide puis dans un plasma de rentrée, est développée.

Une synthèse de l'étude est présentée dans le dernier chapitre. Le but recherché a-t-il été atteint ? Quels résultats pratiques ou théoriques peut-on en attendre ? Quelle suite peut-on en espérer ?



II. SIMULATION ANALOGIQUE ÉNERGÉTIQUE

II,1. Principe général de la simulation.

II,1.1. Introduction.

Simuler analogiquement un système linéaire discret décrit par n variables est possible aussi bien dans un état d'équilibre statique, qu'en oscillation harmonique forcée sans ou avec pertes [2, 3, 4, 7, 8]. L'extension à un système linéaire continu de cette technique s'adapte très bien lorsqu'on remplace le continuum par un système discret possédant des propriétés énergétiques similaires à celles de la réalité. La théorie évoquée précédemment se sert d'un réseau de conductances pour résoudre analogiquement le problème.

La matrice symétrique de raideur ou d'impédance généralisée (définie comme la matrice de passage des variables de positions aux variables de tension du système [2][3][4]) possède des éléments tous réels ou imaginaires purs dans les deux premiers cas ; elle sera représentée dans l'analogie par un réseau d'inductances et de capacités dont l'énergie purement réactive est associée à l'énergie statique ou entièrement réactive du système considéré. Si l'on ajoute à ce réseau des éléments résistifs, ils pourront représenter les termes énergétiques de pertes dans un système en oscillation forcée avec pertes.

II,1.2. Théorie générale.

On considère un système en oscillation forcée le plus général possible

soit $x_i = X_i e^{j\omega t}$, x_i est un vecteur position généralisé

$v_i = V_i e^{j\omega t}$, v_i est le vecteur vitesse associé.

Les deux vecteurs ont un rang n .

Le problème est alors entièrement posé par les données suivantes :

a) les n vitesses v_i , supposées indépendantes comme les x_i , sont choisies comme variables de représentation du phénomène ; le système étant linéaire, il leur correspond n variables conjuguées dites de tension

$$a_i = P_{ij} v_j$$

Les constantes P_{ij} sont des impédances caractéristiques connues du problème et constituent une matrice symétrique ($P_{ij} = P_{ji}$), matrice d'impédance du système.

L'état d'un système en oscillation forcée est parfaitement défini par la donnée de ses amplitudes complexes à un instant précis, par exemple au temps $t=0$. Ceci permet pour la suite de l'exposé de ne considérer comme variable utile de représentation que les amplitudes complexes V_i qui conduisent à des A_i tels que :

$$A_i = P_{ij} V_j$$

La puissance admise à l'instant $t=0$, peut être écrite

$$p_s = \langle A_i, V_i \rangle$$

ou

$$\langle A, B \rangle = \operatorname{Re}(A) \times \operatorname{Re}(B)$$

soit encore

$$p_s = \langle P_{ij} V_j, V_i \rangle$$

b) le système extérieur fournit à l'instant $t=0$ une puissance qui s'écrit :

$$p_s = \langle F_i, V_i \rangle$$

F_i représentent les amplitudes connues de l'excitation extérieure, provenant de la donnée de ses composantes généralisées

$$f_i = F_i e^{j\omega t}$$

L'analogie consiste alors à associer le système en oscillation forcé décrit précédemment, à un autre système physique travaillant également en oscillation forcée. Ces deux systèmes seront équivalents si les amplitudes complexes des grandeurs

homologues définissant le problème sont égales, à un instant donné. Si cette condition est réalisée, on pourra travailler à des fréquences d'excitation tout à fait différentes pour les deux phénomènes.

On peut alors associer à chaque V_i l'amplitude d'un potentiel, $\varphi_i = \phi_i e^{j\omega t}$ du I^{em} noeud électrique et ceci n fois suivant la correspondance

$$\phi_i = \alpha V_i$$

α est un scalaire quelconque.

Le réseau élaboré sur ces noeuds est excité à la pulsation ω' et doit admettre au temps $t=0$ la puissance

$$\begin{aligned} p_e &= \langle \Gamma_{ij}(\omega') \phi_j, \phi_i \rangle \\ &= \frac{1}{\gamma} \langle P_{ij}(\omega) V_j, V_i \rangle \end{aligned}$$

sachant qu'il a été choisi arbitrairement

$$p_e = \frac{1}{\gamma} p_s$$

γ scalaire réel quelconque

L'admittance présentée par le réseau est alors :

$$\Gamma_{ij}(\omega') = \frac{1}{\gamma \alpha^2} P_{ij}(\omega)$$

II,1.3. Principe d'élaboration du réseau.

a) La figure 2 est un circuit élémentaire de conductances. Les relations de Kirchhoff pour ce circuit s'écrivent :

$$\left| \begin{array}{l} I_1 = P_{12} (\phi_1 - 0) - P_{12} (\phi_1 - \phi_2) \\ I_2 = P_{12} (\phi_2 - 0) - P_{12} (\phi_2 - \phi_1) \end{array} \right.$$

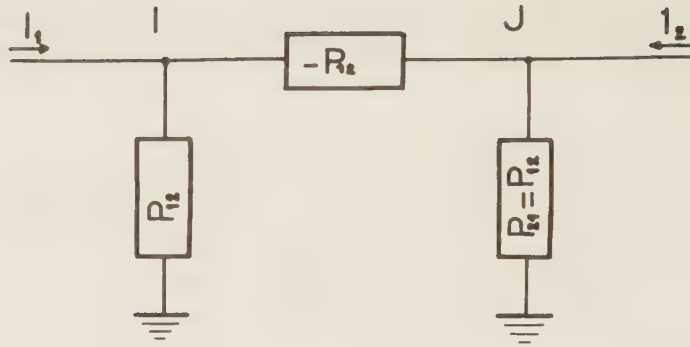


Fig. 2

La correspondance linéaire à matrice symétrique est immédiatement réalisée entre les potentiels et les intensités, si des conductances de fuite complémentaires P_{11} et P_{22} sont ajoutées aux noeuds, figure 3.

$$\begin{cases} I_1 = P_{11} \phi_1 + P_{12} \phi_2 \\ I_2 = P_{21} \phi_1 + P_{22} \phi_2 \end{cases}$$

$$(P_{12} = P_{21})$$

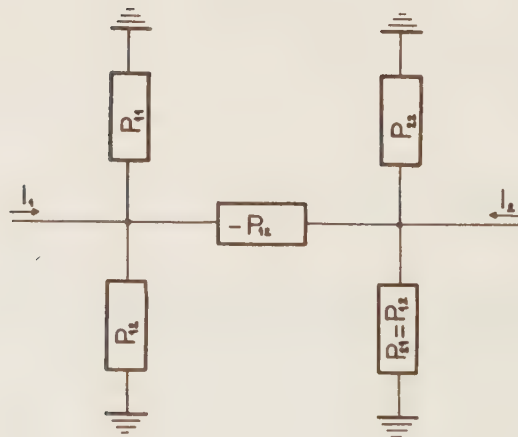


Fig. 3

On généralise facilement à l'ordre n ; à partir de toute matrice P_{ij} symétrique d'ordre n , on réalise avec des conductances positives et négatives un réseau à n noeuds par superposition de circuits élémentaires précédents. Les intensités I_i injectées en chacun d'eux sont reliées aux potentiels par les relations

$$I_i = P_{ij} \phi_j$$

Chaque noeud i est joint à la masse par la conductance

$$C_i = \sum_j P_{ij}$$

et à chaque noeud $j \neq i$ par la conductance négative $-P_{ij} = C_{ij}$.

Les figures 4a et 4b donnent les schémas équivalents de la représentation d'un noeud.

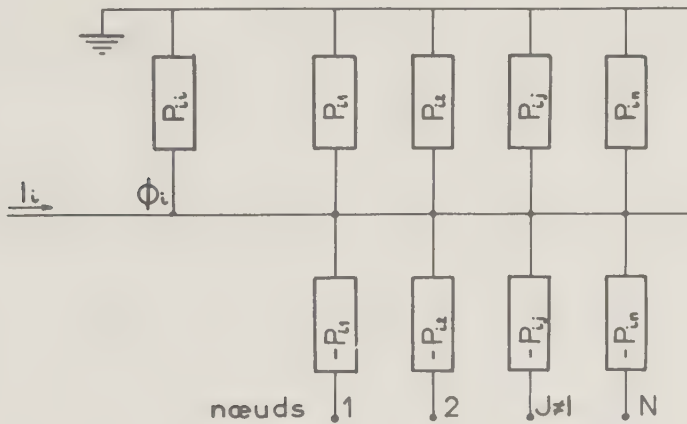
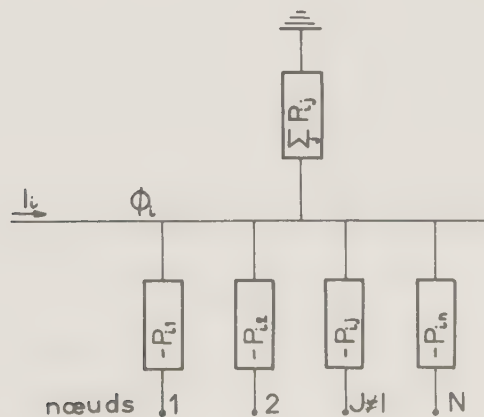


Fig. 4a

Fig. 4b



La puissance dissipée par le réseau, sachant que
 $I_i = P_{ij} \phi_j$ est alors

$$p = \langle \phi_i, I_i \rangle = \langle P_{ij} \phi_i, \phi_j \rangle$$

Les sommations se font ici sur i et j .

La matrice d'impédance du système étant supposée symétrique, on peut encore écrire p sous la forme

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \langle P_{ij} (\phi_i - \phi_j), (\phi_i - \phi_j) \rangle + \sum_i \langle (\sum_j P_{ij}) \phi_i, \phi_i \rangle \\ &= -\sum_i \sum_{j < i} \langle P_{ij} (\phi_i - \phi_j), (\phi_i - \phi_j) \rangle + \sum_i \langle (\sum_j P_{ij}) \phi_i, \phi_i \rangle \end{aligned}$$

Sous cette forme apparaissent clairement les deux sortes de conductances du réseau et les différences de potentiel qui leur sont appliquées.

En conclusion, si le phénomène physique décrit satisfait aux conditions précitées dans le paragraphe 1.1.2, le réseau constitutif de l'analogie est l'ensemble des conductances C_{ij} et $C_{ij'}$ que l'on vient d'introduire. Il sera construit en reliant les noeuds voisins I et J par la conductance $C_{ij}(\omega) = -\frac{P_{ij}(\omega)}{\eta \alpha^2}$ (1) et les noeuds I à la masse par la conductance $\frac{1}{\eta \alpha^2} \sum_j P_{ij}(\omega)$ (2)

Un tel réseau n'est réalisable simplement que si l'on peut se contenter d'inductances, de capacités et de résistances. Pour cela, d'après les expressions précédentes, il est clair, d'une part, que la composante réelle de chaque terme de la matrice P_{ij} devra être négative pour satisfaire (1) et que, d'autre part, la somme des composantes réelles de chaque ligne et chaque colonne devra être positive ; (2) sera alors satisfaite.

b) Il reste à simuler l'excitation extérieure, c'est-à-dire la puissance fournie à l'instant $t = 0$ qui s'écrit

$$p_m = \langle F_i, V_i \rangle$$

On a le droit de se référer alors à ce qui a été écrit dans a), à savoir :

$$p_e = \frac{1}{\eta} \langle I_i, V_j \rangle$$

pour dire que cette donnée sera introduite sur le réseau en injectant aux noeuds i concernés des intensités d'amplitude

$$I_i = \frac{F_i}{\alpha \eta}$$

c) Le comportement en phase et en amplitude du réseau donne la solution unique du problème satisfaisant aux données du paragraphe 2.1.2.

11.2. Adaptation de la méthode au calcul d'une antenne de révolution.

11.2.1. Considérations théoriques simplifiées.

Généralement le calcul analogique d'un continuum à deux dimensions se résoud par une approximation aux différences finies de l'équation aux dérivées partielles qui régit le problème. Cette technique conduit à l'élaboration d'un réseau plan de conductances simulant l'équation. La structure élémentaire du réseau doit matérialiser les opérateurs de l'équation de départ, et de ce fait le choix d'un modèle aux différences finies représentable en réseau peut être délicat et ne laisser guère de liberté quant à la façon de découper le continuum.

La méthode exposée précédemment et dont on résumera en quelques lignes son substrat dans l'optique du problème à traiter, semble plus souple dans son utilisation que la méthode aux différences finies. Elle a l'avantage de donner un sens physique direct au comportement du réseau, ce qui facilite bien souvent l'utilisation des connaissances intuitives du phénomène réel.

On se donne donc une représentation discrète V_i de l'état du continuum, en la choisissant de manière à ce qu'elle fournisse une bonne approximation de celui-ci. Les V_i sont les valeurs atteintes par une ou plusieurs grandeurs physiques caractérisant le système en divers points M_i judicieusement répartis dans le milieu. Chaque puissance associée à chaque type d'énergie intervenant dans le phénomène peut être écrite sous la forme

$$P_s = \frac{1}{\eta} \langle P_{ij} V_j, V_i \rangle$$

du fait que le système considéré est supposé linéaire.

La détermination dans tout le continuum de ces puissances dépend essentiellement de la répartition des M_i , qui impose le découpage en volumes élémentaires, et du type d'énergie considérée. L'expression de la puissance associée à un type d'énergie donné, correspondant à un de ces volumes élémentaires, fait intervenir en général un nombre très restreint des V_i (généralement 1 ou 2). Elle peut être représentée systématiquement dans l'analogie par des conductances reliant les noeuds électriques d'un réseau dont les potentiels ϕ_i sont les homologues des V_i choisis. En se référant à 2.4.2b), il est facile de constater qu'il existe un certain arbitraire dans le choix des conductances simulatrices. On dispose alors d'un système capable de représenter correctement la répartition et les transferts d'énergie du phénomène à étudier. Un choix particulier du découpage en volumes élémentaires et des M_i s'y rapportant permet, avec entière identification, de retrouver le type de réseau accessible au calcul par différences finies. L'intérêt de cette simulation réside dans le fait qu'elle permet une grande souplesse dans le choix du découpage. D'autre part, tous les phénomènes physiques réels apparaissant directement sur le réseau, grande liberté est laissée à l'intuition physique pour sa réalisation pratique.

II,2.2. Antenne de révolution rayonnant dans le vide.

La théorie qui suit est applicable à toute antenne de révolution rayonnant dans le vide. On verra que les notions d'impédance d'antenne, de diagramme de rayonnement et de champ proche s'introduisent très naturellement.

II,2.2.1. Types d'énergie associés au rayonnement électromagnétique.

Les équations de Maxwell s'écrivent dans le vide :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{Rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 0 \right) \quad \text{div } \epsilon_0 \vec{E} = 0 \end{array} \right.$$

En régime harmonique de pulsation ω , $\vec{E}$ et $\vec{B}$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}^* e^{j\omega t} \\ \vec{B} &= \vec{B}^* e^{j\omega t} \end{aligned}$$

avec $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

$\vec{E}^*$ et $\vec{B}^*$ vecteurs complexes

Le système (3) s'écrit alors :

$$(4) \quad \left| \begin{array}{l} \text{Rot } \vec{E}^* = -j\omega \vec{B}^* \\ \text{Rot } \vec{B}^* = j\omega \mu_0 \epsilon_0 \vec{E}^* \end{array} \right.$$

Ce couple d'équations conduit à l'équation classique de propagation des champs

$$\nabla^2 \vec{E}^* + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E}^* = 0$$

qui n'est écrite ici que pour se remémorer le problème à étudier, car elle n'est d'aucune utilité pour la suite.

Les différentes énergies intervenant pendant le rayonnement sont très simples et se réduisent aux énergies électromagnétiques classiques se propageant dans le vide. Elles s'expriment par la densité volumique d'énergie électrique $\frac{\epsilon_0 [\vec{E}]^2}{2}$ ou par la densité volumique de puissance reçue par le milieu qui s'écrit :

$$(5) \quad p_e = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ainsi que par la densité volumique d'énergie magnétique $\frac{[\vec{B}]^2}{2\mu_0}$ ou sa puissance associée

$$(6) \quad p_m = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

II.2.2.2. Calcul du motif fondamental du réseau.

a) Par un calcul élémentaire, le motif fondamental du réseau va être introduit dans ce qui suit d'une manière pratique.

Le bilan des puissances ayant été fait dans le paragraphe 2.2.2.1, il faut alors écrire celles-ci sous leur forme analogique et choisir une grandeur de représentation en phase avec un potentiel ϕ_i défini précédemment [2.1.2.b]

$$p_e = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

s'écrit également

$$(7) \quad p_e = \langle \vec{E}, j\omega \epsilon_0 \vec{E}^* \rangle$$

Cette écriture est l'extension aux grandeurs vectorielles de l'écriture des puissances présentées précédemment et ne portant que sur des grandeurs scalaires.

Cette puissance ne peut être simulée qu'à partir d'une différence de potentiel localement en phase avec $\vec{E}^*$ ou avec $j\omega \vec{E}^*$.

$$p_m = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

s'écrit également

$$(8) \quad p_m = \langle \frac{\vec{B}}{\mu_0}, j\omega \vec{B}^* \rangle$$

De même cette puissance ne pourra être simulée qu'à partir d'une différence de potentiel (d.d.p.) localement en phase avec $\vec{B}^*$ ou $j\omega \vec{B}^*$

Physiquement, on peut voir que le champ magnétique $\vec{B}$ est toujours azimutal (donc peut être représenté, à un instant donné, par un scalaire) et que le champ électrique, tout entier contenu dans un plan méridien, peut être décomposé dans un système de coordonnées curvilignes rectangulaires (η, ξ) en deux composantes E_η et E_ξ indépendantes qui seront alors représentées scalairement.

Les grandeurs $\vec{B}$ et $\vec{E}$ sont reliées entre elles par les relations de Maxwell (4) qui présentent localement pour le problème considéré l'amplitude de l'une comme le gradient de l'amplitude de l'autre. Ceci permet de prendre l'une quelconque de ces deux grandeurs comme variable de représentation. Si $\vec{B}$ est choisie, la puissance magnétique, d'après la théorie générale, est localisée dans des conductances ($\sum P_{ij}$) qui iront du noeud choisi à la masse et la puissance électrique est localisée dans des conductances joignant deux noeuds voisins, puisqu'une valeur de E locale est proportionnelle au ΔB d'un point voisin à un autre. Il aurait été également possible de choisir $\vec{E}$ comme variable de représentation, l'énergie électrique se trouverait alors décrite dans une conductance reliant un noeud à la masse et l'énergie magnétique serait apparue dans les conductances reliant deux points voisins, mais $\vec{B}$ étant azimutal il était plus naturel de choisir la première représentation.

Soit $\vec{U}_\xi$ et $\vec{U}_\eta$ les vecteurs unitaires des coordonnées curvilignes orthogonales introduites précédemment dans un plan méridien du système, soit $\vec{U}_\theta$ le vecteur unitaire normal à ce plan.

L'induction magnétique et le champ électrique s'écrivent dans ce système d'axes

$$(9) \quad \left| \begin{array}{l} \vec{B} = B \vec{U}_\theta \\ \vec{E} = E_\xi \vec{U}_\xi + E_\eta \vec{U}_\eta = \vec{E}_\xi + \vec{E}_\eta \end{array} \right.$$

dans ce système et dans un plan méridien :

$$d\vec{M} = h_\xi d\xi \vec{U}_\xi + h_\eta d\eta \vec{U}_\eta$$

Au lieu de prendre la grandeur B comme variable de représentation, il est préférable de choisir sa circulation b , qui est en phase avec elle.

En M_i (ξ et $\eta = c^{te}$), b prend la valeur

$$b_i = 2 \pi r_i B_i$$

r_i distance à l'axe de révolution.

Les lignes $\xi = c^{te}$ et $\eta = c^{te}$ permettent de découper le plan méridien en mailles élémentaires de surface ΔS , correspondant à des volumes dv , surfaces ou volumes à définir indépendamment pour chaque type d'énergie. La puissance magnétique échangée entre un petit volume dv_i centré sur M_i (fig. 5) et l'extérieur s'écrit :

$$(10) \quad \begin{aligned} P_{mi} &= 2 \pi r_i \Delta S_i P_{mi} \\ &= \frac{2 \pi r_i \Delta S_i}{\mu_0} \times \langle B_i^*, j \omega B_i^* \rangle \end{aligned}$$

$$(11) \quad = \frac{\Delta S_i}{2 \pi r_i \mu_0} \langle b_i^*, j \omega b_i^* \rangle$$

A cette puissance pourra être associée la conductance généralisée

(12)

$$C_i = \frac{j\omega \Delta S_i}{2\pi r_i \mu_0}$$

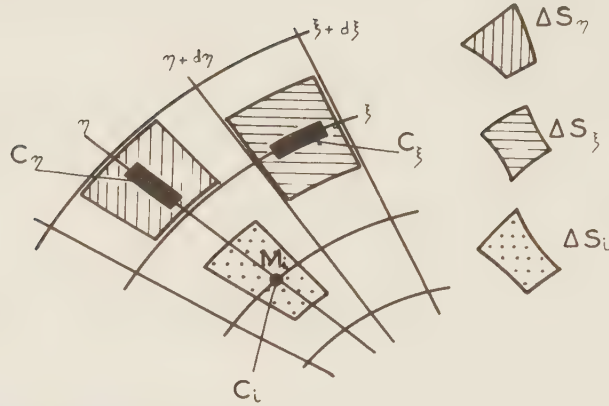


Fig. 5

On peut alors introduire les correspondances choisies précédemment (cf. 2.1.3 a)

$$(13) \quad \left| \begin{array}{l} \omega' = k\omega \\ V = b/\lambda \\ \text{puissance analogique} = \mu \text{ puissance simulée.} \end{array} \right.$$

cette puissance analogique apparaît dans le réseau grâce à la capacité Γ_i telle que

$$j\omega' \Gamma_i = \lambda^2 \mu j\omega \frac{\Delta S_i}{2\pi r_i \mu_0}$$

ou encore

$$(14) \quad \Gamma_i = \frac{\lambda_\mu^2}{k} \frac{\Delta S_i}{2\pi r_i \mu_0}$$

L'énergie électrique est dissociée en deux, une énergie suivant ξ , une énergie suivant γ .

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_{\xi} \vec{U}_{\xi} + E_{\eta} \vec{U}_{\eta} \\ &= \frac{1}{j\omega\mu_0\epsilon_0} \text{Rot } \vec{B}\end{aligned}$$

Dans ce système de coordonnées curvilignes les composantes E_{ξ} et E_{η} s'écrivent

$$(15) \quad \left| \begin{aligned} E_{\xi} &= -\frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0} \times \frac{1}{2\pi r_{\eta}} \times \frac{1}{h_{\eta}} \times \frac{\partial b}{\partial \eta} \\ E_{\eta} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0} \times \frac{1}{2\pi r_{\xi}} \times \frac{1}{h_{\xi}} \times \frac{\partial b}{\partial \xi} \end{aligned} \right|$$

Il faut rappeler ici que le système de coordonnées ayant été choisi orthogonal, les énergies associées à chaque direction ξ et η sont découplées. Elles sont représentées par les énergies accumulées dans des conductances reliant les noeuds électriques analogues de points voisins sur des lignes de même nom. Il est nécessaire de prendre comme surface élémentaire ΔS_{ξ} des volumes dv_{ξ} contenant l'énergie électrique, les mailles ΔS_{η} et ΔS_{ξ} comme l'indique la figure 5.

La puissance fournie au volume élémentaire de base S_{ξ} s'exprime par :

$$(16) \quad \begin{aligned} P_{\xi} &= 2\pi r_{\xi} \Delta S_{\xi} P_{e\xi} \\ P_{\xi} &= \frac{\Delta S_{\xi}}{2\pi r_{\xi} [\Delta \xi]^2} \left\langle \Delta b_{\xi}^*, \frac{\Delta b_{\xi}^*}{j\omega\epsilon_0\mu_0^2} \right\rangle \quad [\Delta \xi] = h_{\xi} d_{\xi} \end{aligned}$$

La puissance P_{η} fournie au volume de base S_{η} , s'écrit

$$(17) \quad P_{\eta} = \frac{\Delta S_{\eta}}{2\pi r_{\eta} [\Delta \eta]^2} \left\langle \Delta b_{\eta}^*, \frac{\Delta b_{\eta}^*}{j\omega\epsilon_0\mu_0^2} \right\rangle$$

Les conductances généralisées reliant deux points voisins s'écrivent alors

$$(18) \quad \left| \begin{aligned} C_{\xi} &= \frac{\Delta S_{\xi}}{2\pi r_{\eta} [\Delta \xi]^2} \frac{1}{j\omega\mu_0^2\epsilon_0} \\ C_{\eta} &= \frac{\Delta S_{\eta}}{2\pi r_{\eta} [\Delta \eta]^2} \frac{1}{j\omega\mu_0^2\epsilon_0} \end{aligned} \right|$$

En introduisant les correspondances analogiques (13), on vérifie aisément que ces conductances sont, sous forme d'impédance, des inductances de valeur

$$j L_{\xi} \omega' = \frac{1}{\lambda^2 \mu} \frac{2 \pi r_{\eta} [\Delta \xi]^2}{\Delta S_{\xi}} j \omega \epsilon_0$$

soit encore

$$(19) \quad L_{\xi} = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2}{k \lambda^2 \mu} \frac{2 \pi r_{\eta} [\Delta \xi]^2}{\Delta S_{\xi}}$$

L_{η} prend la forme analogue

$$(20) \quad L_{\eta} = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2}{k \lambda^2 \mu} \frac{2 \pi r_{\xi} [\Delta \eta]^2}{\Delta S_{\eta}}$$

Le motif fondamental, figure 6, d'un réseau simulant la propagation électromagnétique dans le vide ne se compose que d'inductances et de capacités.

b) De l'analyse précédente on peut constater que seuls les quatre noeuds immédiatement voisins d'un noeud i intersection des courbes $\xi = c^{te}$ et $\eta = c^{te}$, interagissent sur lui.

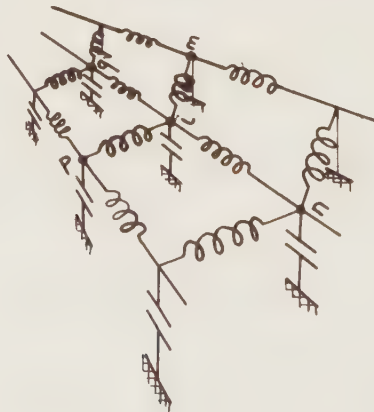


Fig. 6

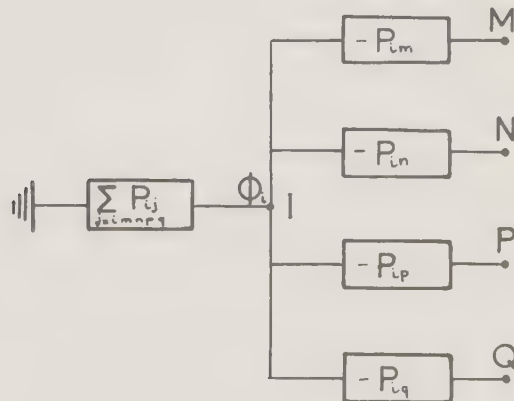
De ce fait, le noeud i ne sera relié qu'aux quatre noeuds voisins par des conductances $-P_{ij}$, et non pas à n noeuds. Il sera relié à la masse par la conductance $\sum P_{ij}$ avec $j=i, m, n, p, q$. La matrice P_{ij} d'impédance du système est une matrice symétrique à n lignes et n colonnes, dans laquelle seuls quatre termes apparaissent dans chaque ligne et colonne outre le terme diagonal. Théoriquement le milieu défini est infini et la matrice considérée sera infinie. Pour les noeuds décrivant les phénomènes au niveau de la paroi de l'antenne, il est évident que seuls trois noeuds voisins pourront être sollicités, ce qui se traduira par des lignes et des colonnes à quatre termes au lieu de cinq.

Les intensités I_i injectées en chaque noeud seront nulles sauf aux noeuds d'excitation qui, en général, se réduiront à une unité. La matrice représentative du système aura alors la forme de la figure 7, ce qui conduit pour un noeud au motif fondamental de la figure 8.

$$\begin{bmatrix} \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ I_e \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & & & & & & & & & \\ \bullet & \bullet & & & \bullet & \bullet & & & & \\ & \bullet & & & & & & \bullet & & \\ & & \bullet & & & & & & \bullet & \\ & & & \bullet & & & & & & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_{e-1} \\ \phi_e \\ \vdots \\ \phi_i \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}$$

Fig. 7

Fig. 8



En se reportant au paragraphe précédent on peut constater que l'énergie installée dans les conductances $\sum P_{ij}$, qui sont des capacités, représente l'énergie magnétique du système et que celle qui est contenue dans les conductances - P_{ij} , inductances, représente l'énergie électrique.

c) Des difficultés importantes apparaissent lorsqu'il s'agit de simuler l'espace infini, c'est-à-dire représenter le milieu par n variables discrètes, n étant infini. L'impossibilité technique de fabriquer un réseau à nombre infini de conductances, oblige à le limiter à n mailles donc à n variables en nombre fini. Le réseau possède alors une frontière sur laquelle les ondes émises sont susceptibles de se réfléchir et de perturber le rayonnement réel de l'antenne. Si le réseau est arrêté sans aucune précaution, il se comportera comme un réseau simulateur d'une cavité. Cependant, si on peut l'alimenter par un train d'ondes, tel que celui-ci soit assez court pour ne pas revenir à la source le temps d'une mesure, on pourra considérer le système comme valable. Cette technique est délicate car elle nécessite une électronique impulsionnelle annexe fort importante.

Une terminaison qui ressemble physiquement à l'absorption des ondes électromagnétiques par un matériau dissipatif semble plus appropriée pour résoudre le problème. On se trouve alors dans une configuration analogue à celle d'une chambre anéchoïde de mesures d'antennes. Cette adaptation qui a été adoptée sur le réseau sera éclairée un peu plus avant.

II,2.2.3. Grandeurs physiques accessibles à l'analogie.

Le long de l'exposé précédent diverses grandeurs fondamentales du phénomène physique ont été évoquées. Leurs correspondances dans l'analogie est apparue en partie. Elles s'établissent de la manière suivante :

a) impédance d'antenne :

Au niveau de l'excitation ou des excitations, imposer un certain courant aux noeuds correspondants revient à imposer localement un champ magnétique; l'impédance d'entrée présentée en ce, ou ces points, sera inversement proportionnelle à l'impédance vraie de l'antenne en ses points d'excitations.

Soit P_a la puissance dissipée en un point d'excitation soumis à une $d d p . V_a$; soit Z_a l'impédance d'entrée de l'antenne.

P_a peut s'écrire simplement en fonction de V_a et Z_a

$$P_a = \langle V_a, \frac{V_a}{Z_a} \rangle$$

Dans le réseau, au niveau du noeud correspondant, la puissance dissipée en fonction de V_r , $d/d\rho$ entre le noeud et la masse, et de Z_r , impédance présentée en ce point, est

$$P_r = \langle V_r, \frac{V_r}{Z_r} \rangle$$

D'après (13)

$$b = \lambda V_r$$

Sachant que

$$b = 2\pi r B$$

en un noeud du réseau et que

$$\int_{2\pi r} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

on peut écrire

$$\mu_0 I = 2\pi r B = b$$

toujours d'après (13) $P_r = \mu P_a$ donc

$$\langle V_r, \frac{V_r}{Z_r} \rangle = \langle b, \frac{b}{\lambda^2 Z_r} \rangle = \mu P_a = \mu \langle V_a, \frac{V_a}{Z_a} \rangle$$

soit $\langle V_a, \frac{V_a}{Z_a} \rangle = \frac{1}{\mu \lambda^2} \langle b, \frac{b}{Z_r} \rangle = \langle I_a, Z_a I_a \rangle$ or $\langle b, b \rangle = \mu_0^2 \langle I_a, I_a \rangle$

il vient donc

$$\langle b, \frac{Z_a}{\mu_0^2} b \rangle = \langle b, \frac{b}{\lambda^2 \mu Z_r} \rangle$$

et :

$$(21) \quad Z_a = \frac{\mu_0^2}{\lambda^2 \mu} \times \frac{1}{Z_r}$$

Ceci montre le passage facile de l'impédance du réseau à celle de l'antenne. Cette expression est valable en chaque point de la surface. Ceci permet d'établir la loi de variation de l'impédance d'une série d'antennes dipolaires du type précédent, dont la coupure serait disposée aux différentes sections de l'engin.

Une optimisation de l'emplacement de cette fente pourrait être ainsi étudiée.

Enfin en chaque point de l'espace une impédance généralisée du système antenne-éther peut être définie de la même manière.

b) champ électromagnétique proche

Le choix du calcul présenté entraîne automatiquement la connaissance des champs électromagnétiques en chaque point M_i de l'espace, puisque le principe de l'analogie repose sur une représentation discrète des valeurs atteintes par ces grandeurs dans tout l'espace et en particulier dans le voisinage proche de l'antenne, zone où les phénomènes sont pratiquement inaccessibles aux calculs. En chaque noeud du réseau M_i apparaît, par rapport à la masse une ddp V_i directement proportionnelle à la circulation du champ magnétique

$$V_i = \frac{b_i}{\lambda}$$

Un relevé systématique de ces tensions donne une carte de niveau des circulations de champ magnétique ou bien, autre interprétation possible, il donne les lignes de champ électrique. Pour obtenir la carte de niveau du champ magnétique, il faut introduire le facteur de correction $2\pi r_i$ en chaque noeud ; le module de B_i s'exprime par

$$B_i = \frac{V_i \lambda}{2\pi r_i}$$

Quelle que soit la carte de champ désirée, on se placera à un instant donné t , par exemple $t = 0$, et on tiendra compte de la phase relative de chaque noeud par rapport au noeud d'excitation. Soit φ_i cette phase, seule la composante $V_i \cos \varphi_i$ du terme de propagation a une signification physique (cf. 2.2.2.1). Le tracé complet d'une carte $V_i^2 \cos^2 \varphi_i = C^te$ correspond à un coefficient de proportionnalité près à une carte de répartition d'énergie magnétique, à un instant donné, contenue dans des petits tores élémentaires de surface ΔS_i .

c) diagrammes de rayonnement à l'infini

Dans la simulation analogique, il faut étendre le réseau sur une certaine distance de propagation de manière à recueillir en chaque point terminal de sa frontière et dans 180° la valeur du champ magnétique ou électrique. Certains artifices permettent d'absorber à une distance finie l'énergie dissipée vers l'infini. Le champ magnétique à une distance R de l'antenne sera calculé tel que la définition de l'analogie a été posée, c'est-à-dire :

$$B_n \sim \frac{V_n}{r_n}$$

ou $B_n \sim \frac{V_n}{R_1 \sin \varphi_n}$, R_1 étant une distance à l'antenne constante

et $r_n = R_1 \sin \varphi_n$,

$$(22) \quad B_n \sim \frac{V_n}{\sin \varphi_n}$$

φ_n est l'angle de la direction considérée avec l'axe de révolution.

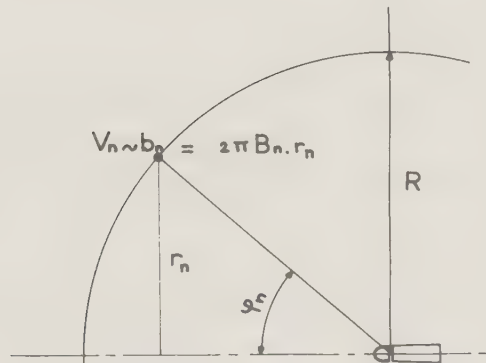


Fig. 9

11,2.3. Antenne de révolution rayonnant dans un plasma inhomogène.

Seules les nouvelles énergies dues à la présence du milieu inhomogène dispersif et le motif fondamental du réseau s'y rapportant sont décrits dans ce chapitre. Les grandeurs physiques accessibles sur le calculateur restent évidemment les mêmes que dans le cas précédent.

II,2.3.1. Types d'énergie associés au rayonnement électromagnétique dans un plasma.

Dans un plasma on définit deux fréquences critiques, la fréquence plasma ionique et la fréquence plasma électronique, qui s'expriment par :

$$\omega_{pi} = \frac{n_i q^2}{\epsilon_0 m_i} ; \quad \omega_{pe} = \frac{n_e q^2}{\epsilon_0 m_e}$$

où n_i et n_e sont les nombres d'ions et d'électrons par cm³ ;
 m_i et m_e respectivement les masses ioniques et électroniques

Lorsque la pulsation de l'onde ω est très supérieure à ω_{pi} , l'amplitude des oscillations ioniques est très faible vis-à-vis de celle des électrons. Les ordres de grandeur de ω_{pi} et ω_{pe} comparés au domaine d'évolution de ω , défini dans l'introduction, permettent de justifier l'approximation précédente. Dans ces conditions nous considérerons que l'onde ne provoque que le mouvement des électrons.

Les équations de Maxwell dans un milieu continu (à polarisation diélectrique et diamagnétisme négligeable) en tout point de l'espace s'expriment par :

$$(23) \quad \left| \begin{array}{ll} \text{Rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{Rot } \vec{B} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} & \text{div } \epsilon \vec{E} = \rho \end{array} \right.$$

Elles sont couplées par l'équation linéarisée de la quantité de mouvement des électrons, seule à traduire les interactions électromécaniques

$$(24) \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = e \vec{E} - m \nu \vec{v}$$

m masse de l'électron

$\vec{v}$ vitesse moyenne électronique

e charge de l'électron

ν fréquence globale de collisions électrons-neutres. Cette fréquence permet de caractériser le transfert d'énergie électromagnétique en chaleur au milieu neutre.

$\vec{j}$ étant la densité de courant induit, s'exprime par

$$(25) \quad \vec{j} = n_e e \vec{v}$$

n_e densité électronique

Comme précédemment, le problème se traite en régime harmonique ce qui permet d'écrire

$$\vec{j} = \vec{j}^* e^{j\omega t}$$

$\vec{j}^*$ vecteur complexe.

On exprime encore $\vec{j}^*$ par l'expression

$$\vec{j}^* = \sigma^* \vec{E}^*$$

ou σ^* est une conductibilité complexe.

Les expressions (24) et (25) donnent :

$$m j \omega \vec{v} = e \vec{E} - m \nu \vec{v}$$

$$m j \omega \frac{\vec{j}}{n_e e} = e \vec{E} - m \nu \frac{\vec{j}}{n_e}$$

d'où

$$(26) \quad \vec{j} = \frac{n_e e^2}{m (j\omega + \nu)} \vec{E}$$

et pour σ^*

$$(27) \quad \sigma^* = \frac{n_e e^2}{m (j\omega + \nu)}$$

Les équations de Maxwell deviennent

$$(28) \quad \left| \begin{array}{ll} \vec{\text{Rot}} \vec{E} = -j\omega \vec{B} & \text{div } \vec{B} = 0 \\ \vec{\text{Rot}} \vec{B} = j\omega \mu_0 \epsilon^* \vec{E} & \text{div } \epsilon \vec{E} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{pas de charges d'espace}).$$

Le plasma est alors considéré comme un milieu diélectrique de constante complexe

$$(29) \quad \begin{aligned} \epsilon^* &= \epsilon_0 + \frac{\sigma^*}{j\omega} \\ \epsilon^* &= \epsilon_0 + \frac{n_e e^2}{j\omega m (j\omega + \nu)} \end{aligned}$$

L'équation de propagation dans le vide, se transforme en l'équation de Ginzburg

$$(30) \quad \nabla^2 \vec{B} + \omega^2 \mu \epsilon^* \vec{B} + \frac{\vec{\text{grad}} \epsilon^*}{\epsilon^*} \wedge \vec{\text{Rot}} \vec{B} = 0$$

Il faut alors examiner les différentes énergies apparaissant dans ce mode de rayonnement.

a) L'énergie électromagnétique intervenant dans la propagation dans le vide (2.2.2.1), se retrouve intégralement dans ce problème.

$$(5) \quad \rho_e = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{densité volumique de puissance électrique}$$

$$(6) \quad \rho_m = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{densité volumique de puissance magnétique}$$

b) L'énergie cinétique électronique, $1/2 n_e m v^2$, ou sa puissance en densité volumique

$$(31) \quad \begin{aligned} \rho_c &= n_e m \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \\ \rho_c &= \frac{m}{n_e e^2} \vec{j} \cdot \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \end{aligned}$$

c) L'énergie thermique, ou la puissance dissipée par effet Joule

$$(32) \quad \begin{aligned} \rho_j &= \nu n_e m (\vec{v})^2 \\ \rho_j &= \frac{\nu m}{n_e e^2} (\vec{j})^2 \end{aligned}$$

Ces différentes puissances se trouvent reliées entre elles par l'équation (24) multipliée scalairement par $\vec{v}$

$$m \cdot \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = e \vec{v} \cdot \vec{E} - m v (\vec{v})^2$$

en multipliant par n_e

$$n_e e \vec{v} \cdot \vec{E} = m \cdot n_e \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + m n_e v (\vec{v})^2$$

soit

$$(33) \quad \vec{E} \cdot \vec{j} = p_e + p_j$$

L'équation de Poynting donne la clé de la conversion des différentes puissances.

Pour une surface (S) entourant un volume (V) l'équation de Poynting s'exprime par

$$-\iiint_{(V)} \text{div}(\vec{E} \wedge \vec{H}) dV = \iiint_{(V)} \left(\vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV + \iiint_{(V)} \vec{E} \cdot \vec{j} dV$$

ou encore avec $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ $\vec{j} = \sigma^* \vec{E}$ et $\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}$

et en régime harmonique, avec les notations adoptées précédemment :

$$-\iint_{(S)} \vec{P} \cdot d\vec{S} = \iiint_{(V)} \langle \vec{E}^*, (j\omega \epsilon_0 + \sigma^*) \vec{E}^* \rangle dV + \iiint_{(V)} \langle \frac{\vec{B}^*}{\mu_0}, j\omega \vec{B}^* \rangle dV$$

ou encore

$$-\iint_{(S)} \vec{P} \cdot d\vec{S} = \iiint_{(V)} \langle \vec{E}^*, j\omega \epsilon^* \vec{E}^* \rangle dV + \iiint_{(V)} \langle \frac{\vec{B}^*}{\mu_0}, j\omega \vec{B}^* \rangle dV$$

avec

$$\epsilon^* = \epsilon_0 + \frac{\sigma^*}{j\omega}$$

II,2.3.2. Calcul du motif fondamental du réseau simulant la propagation dans le plasma.

Les mêmes considérations qu'en 2.2.2.2 peuvent être reprises ici ; le plasma étant supposé de révolution, le même découpage en $\vec{B}_\theta, \vec{E}_z$ et $\vec{E}_\gamma$ s'impose. De même $\vec{b}$ est toujours la grandeur qui sert de variable de représentation.

L'analyse des différentes énergies apportées par le plasma montre que seuls les phénomènes électriques vont être perturbés. Dans le réseau, cela se traduit par une modification de la conductance simulant l'énergie due à $\vec{E}$.

La puissance magnétique (2.2.2.2c) s'exprime toujours par

$$(8) \quad p_m = \left\langle \frac{\vec{B}^*}{\mu_0}, j\omega \vec{B} \right\rangle$$

et conduit, en prenant $b_i' = 2\pi r_i B_i$ comme variable, à la conductance généralisée

$$(12) \quad C_i = \frac{j\omega}{2\pi\mu_0} \frac{\Delta S_i}{r_i}$$

ou compte tenu des correspondances analogiques choisies (13), à la capacité

$$(14) \quad r_i = \frac{\lambda^2 \mu}{k} \frac{\Delta S_i}{2\pi\mu_0 r_i}$$

La puissance électrique s'écrit globalement sous la forme :

$$(34) \quad p_e = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \vec{j}$$

ou en écriture normalisée

$$(35) \quad p_{e'} = \left\langle \vec{E}^*, j\omega \epsilon^* \vec{E} \right\rangle$$

$$\text{avec} \quad \vec{E} = E_z \vec{U}_z + E_\gamma \vec{U}_\gamma$$

$$\text{et} \quad \vec{E} = \frac{1}{j\omega\mu_0 \epsilon^*} \text{Rot } \vec{B}$$

Les composantes E_ξ et E_η s'expriment par

$$(36) \quad \left| \begin{array}{l} E_\xi = -\frac{1}{j\omega \epsilon^* \mu_0} \frac{1}{2\pi r_\eta} \frac{1}{h_\eta} \frac{\partial b}{\partial \eta} \\ E_\eta = \frac{1}{j\omega \epsilon^* \mu_0} \frac{1}{2\pi r_\xi} \frac{1}{h_\xi} \frac{\partial b}{\partial \xi} \end{array} \right.$$

En tenant compte de (35), la puissance associée à $\vec{E}_\eta$, dans un tore de section ΔS_ξ , donc suivant les variations de b selon ξ , s'écrit :

$$(37) \quad P_\xi = \frac{\Delta S_\xi}{2\pi r_\xi [\Delta \xi]^2} < \Delta b_\xi, \frac{\Delta b_\xi}{j\omega \epsilon^* \mu_0^2} >$$

De même, la puissance associée à E_ξ prend une forme équivalente, les ξ étant changée en η .

Ces expressions conduisent aux conductances généralisées

$$(38) \quad \left| \begin{array}{l} C_\xi = \frac{\Delta S_\xi}{2\pi r_\xi [\Delta \xi]^2} \frac{1}{j\omega \mu_0 \epsilon^*} \\ C_\eta = \frac{\Delta S_\eta}{2\pi r_\eta [\Delta \eta]^2} \frac{1}{j\omega \mu_0^2 \epsilon^*} \end{array} \right.$$

avec

$$\epsilon^* = \epsilon_0 + \frac{n_e e^2}{m j\omega (j\omega + \nu)}$$

Les impédances correspondantes s'écrivent :

$$(39) \quad \left| \begin{array}{l} Z_\xi = \frac{2\pi r_\xi [\Delta \xi]^2}{\Delta S_\xi} \mu_0^2 \left[j\omega \epsilon_0 + \frac{n_e e^2}{m(j\omega + \nu)} \right] \\ Z_\eta = \frac{2\pi r_\eta [\Delta \eta]^2}{\Delta S_\eta} \mu_0^2 \left[j\omega \epsilon_0 + \frac{n_e e^2}{m(j\omega + \nu)} \right] \end{array} \right.$$

Ces impédances relient, comme dans le chapitre précédent (2.2.2.2c) deux noeuds voisins. Elles se décomposent en trois éléments classiques ; une self en série avec une capacité, elle-même en parallèle avec une résistance, ce qui pour Z_ξ s'écrit :

$$(40) \quad jL_\xi \omega' + \frac{1}{j\Gamma_\xi \omega' + R_\xi} = \frac{1}{\lambda^2 \mu} \cdot \frac{2\pi r [\Delta \xi]^2}{\Delta S_\xi} \left[j\omega \epsilon_0 + \frac{n_e e^2}{m(j\omega + \nu)} \right]$$

Ceci est directement écrit compte tenu des correspondances (13) on trouve alors

$$(41) \quad \left| \begin{array}{l} L_{\xi} = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2}{k \lambda^2 \mu} \times \frac{2 \pi r_{\xi} [\Delta \xi]^2}{\Delta S_{\xi}} \\ \Gamma_{\xi} = \frac{\lambda^2 \mu}{k \mu_0^2} \times \frac{m}{n_e e^2} \frac{\Delta S_{\xi}}{2 \pi r_{\xi} [\Delta \xi]^2} \\ R_{\xi} = \frac{\mu_0^2}{\lambda^2 \mu} \times \frac{n_e e^2}{m v} \frac{2 \pi r_{\xi} [\Delta \xi]^2}{\Delta S_{\xi}} \end{array} \right.$$

La figure 10 représente le motif fondamental le plus général du réseau. En introduisant la pulsation plasma

$$(42) \quad \omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m}$$

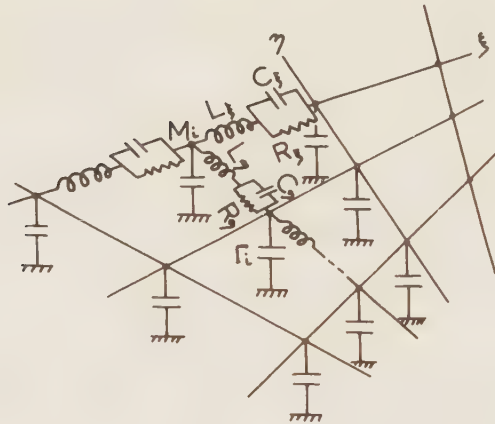


Fig. 10

les formules (41) s'écrivent en fonction de L_{ξ} , conductance qui ne dépend pas du plasma

$$(43) \quad \left| \begin{array}{l} L_{\xi} = L_{\xi} \\ \Gamma_{\xi} = \frac{\epsilon_0 m}{n_e e^2} \frac{1}{k^2 L_{\xi}} = \frac{1}{L_{\xi} k^2 \omega_p^2} \\ R_{\xi} = \frac{n_e e^2}{m v} \frac{k L_{\xi}}{\epsilon_0} = \frac{k^2 \omega_p^2}{k v} L_{\xi} \end{array} \right.$$

Par définition des correspondances, $\omega' = k \omega$, chaque fréquence au niveau du réseau est proportionnelle à sa fréquence réelle. On généralise facilement à la fréquence plasma et à la fréquence de collisions du phénomène en posant

$$(44) \quad k \omega_p = \omega'_p \quad \text{et} \quad k \nu = \nu'$$

Les expressions (43) deviennent

$$(45) \quad \left| \begin{aligned} L_{\xi} &= L_{\xi} \\ \Gamma_{\xi} &= \frac{1}{L_{\xi} \omega_p'^2} \\ R_{\xi} &= \frac{\omega_p'^2}{\nu'} L_{\xi} = \frac{1}{\Gamma_{\xi} \nu'} \end{aligned} \right.$$

Si une maille ou n mailles du réseau oscillent à une fréquence plasma égale à la fréquence d'excitation, les selfs correspondantes entrent en résonance avec leur capacité série. Le phénomène de résonance plasma se met ainsi facilement en évidence.

L'expression de R montre que si ν est grand, la résistance est petite et amortit en partie ou complètement le circuit résonnant précédent, donc la résonance plasma. L'effet Joule, à la limite, crée dans chaque direction une atténuation proportionnelle à l'épaisseur du réseau absorbeur traversé. A la sortie du plasma, aucune onde n'a subi de déphasage supplémentaire dû au milieu traversé, et on peut alors attendre des diagrammes de rayonnement de même allure que ceux du vide : la résistivité du milieu ionisé est si forte qu'elle empêche toute oscillation des électrons, et tout se passe comme si ceux-ci n'existaient pas.

En revanche dans le cas contraire, si R_{ξ} devient grand devant $\Gamma_{\xi} \omega$, et ce cas a pour limite un plasma sans collision, à la sortie du plasma la distribution des phases des champs est tout autre sur cette surface, que celle du vide, et les diagrammes de rayonnement sont alors fortement modifiés.

Sur la figure 11 sont représentés les différents modes de fonctionnement du réseau en présence de plasma.

Ces différents schémas se retrouvent tous plus ou moins, et localement, dans un plasma de rentrée.

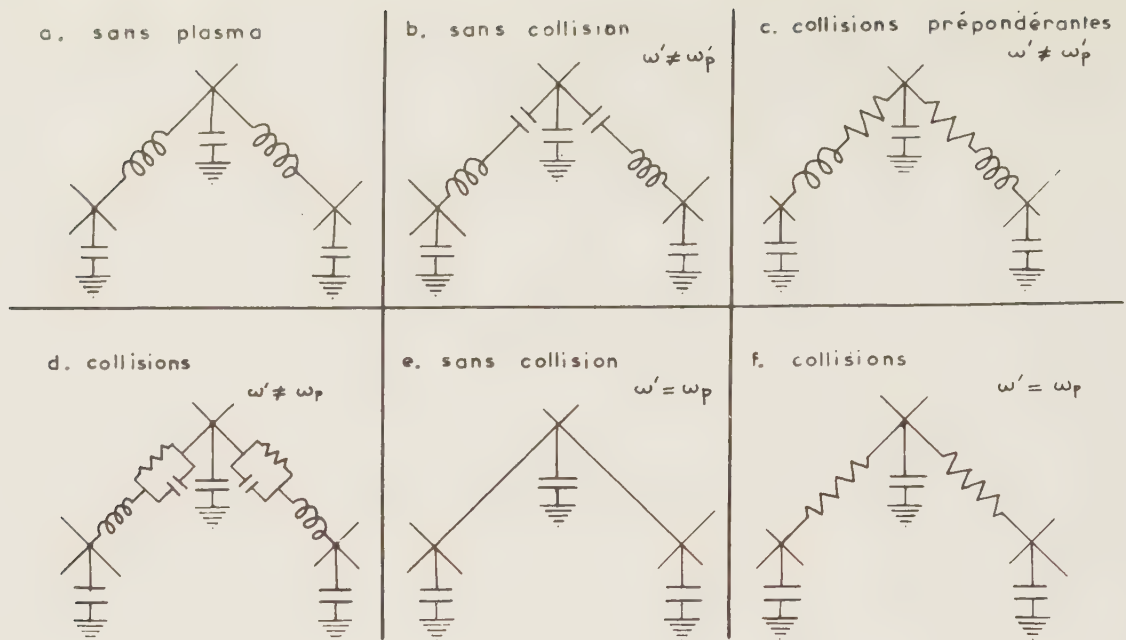


Fig. 11

II,3. Calcul du réseau simulateur d'une sphère dipolaire.

La technique de simulation employée permettant le choix des volumes élémentaires discrets représentatifs du milieu étudié, on approprie à chaque cas traité le découpage géométrique le meilleur, suivant des lignes orthogonales, de manière à faciliter le plus possible le choix des éléments et les conditions aux limites. On se fixe le domaine d'utilisation en fréquence et le volume simulé.

II,3.1. Coordonnées curvilignes choisies.

Le calcul des éléments n'est pas exempt de difficultés.

A priori des lois de paramétrage quelconque des courbes (ξ, η) conduisent à des valeurs d'éléments représentatifs tous différents. Il faut essayer, dans la détermination du réseau, d'avoir le plus grand nombre de composants simulateurs identiques, afin de simplifier les calculs et la construction. C'est pourquoi les lois de paramétrage sont très importantes à optimiser.

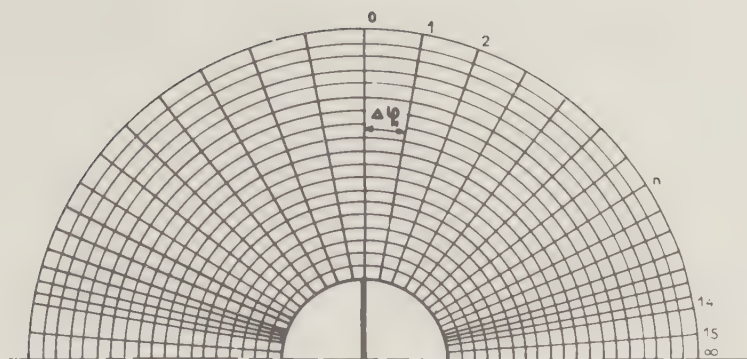


Fig. 12

La géométrie du problème à étudier nécessite presque obligatoirement un maillage composé de cercles et de leurs rayons. On doit alors choisir des lois de variations des $\Delta\varphi$, écart angulaire d'un rayon d'angle φ ou suivant, et des ΔR , variations de longueur des rayons R des cercles, figure 12.

Après plusieurs essais, les lois

$$(46) \quad \left| \begin{array}{l} \Delta\varphi = \delta \sin \varphi \\ \Delta R = c^{te} \end{array} \right.$$

ont été adoptées.

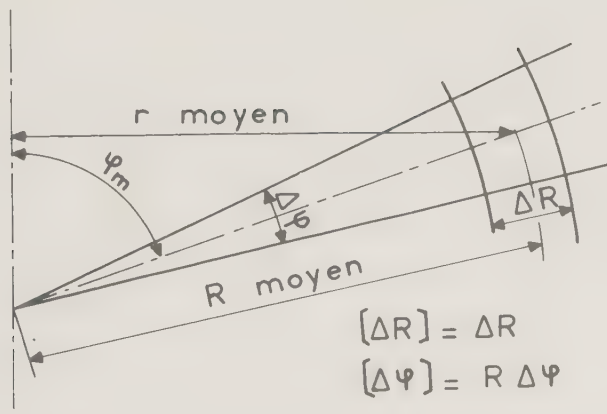


Fig. 13

D'après la figure 13, les éléments géométriques intervenant dans les formules

$$\Gamma_i = \frac{\lambda^2 \mu}{k} \frac{\Delta S_i}{2\pi r_i \mu_0}$$

et

$$L_{\varpi} = \frac{\varepsilon_0 \mu_0^2}{k \lambda^2 \mu} \frac{2\pi r [\Delta \varpi]^2}{\Delta S_{\varpi}} \quad \text{avec } \varpi = \eta \text{ ou } \xi$$

se définissent par

$$\begin{aligned} [\Delta R] &= \Delta R \\ [\Delta \varphi] &= R \Delta \varphi \\ \Delta \varphi &= \delta \sin \varphi_{\text{moy}} \\ \Delta S &= R_{\text{moy}} \Delta \varphi \Delta R \\ &= R_m \delta \sin \varphi_m \Delta R \\ \Delta S &= \delta \cdot r_m \cdot \Delta R \end{aligned} \quad (47)$$

donc

$$\begin{aligned} \Gamma &\simeq \frac{\Delta S}{r_m} \simeq \frac{\delta \Delta R r_m}{r_m} \\ \Gamma &\simeq \delta \Delta R \end{aligned} \quad (48)$$

Toutes les capacités simulant les réservoirs d'énergie magnétique sont constantes si $\Delta R = C^{\text{te}}$.

Si l'on pose

$$L_{\xi} = L_R \quad \text{et} \quad L_{\eta} = L_{\varphi}$$

L_R s'écrit

$$L_R \simeq \frac{r [\Delta R]^2}{\delta_r \Delta R}$$

soit

$$(49) \quad L_R \approx \frac{\Delta R}{\gamma}$$

Toutes les selfs placées le long des rayons sont donc également constantes

$$L_\varphi \approx \frac{r [\Delta\varphi]^2}{\delta r \Delta R} \approx \frac{r R^2 \gamma^2 \sin^2 \varphi}{\delta r \Delta R}$$

soit

$$(50) \quad L_\varphi \approx \delta \frac{r^2}{\Delta R}$$

Les selfs L_φ , qui sont en quelque sorte des selfs de couplage entre les différents rayons voisins, varient proportionnellement au carré de la distance à l'axe.

Ces lois (46) choisies précédemment conduisent donc à un réseau constitué aux deux tiers d'éléments constants. Il n'est question ici que des seuls éléments représentatifs du vide ; un plasma homogène s'introduisant par des éléments directement proportionnels ou inversement proportionnels aux précédents, la loi de constance sera conservée. En revanche un plasma inhomogène conduira à des éléments tous différents.

II,3.2. Simulation du rayonnement à l'infini.

La formulation de L_φ et de L_R montre que si l'on se place assez loin de l'axe de révolution (r grand), la valeur des selfs L_φ devient grande devant celle des selfs L_R . On peut alors en première approximation négliger l'énergie installée dans les L_φ , donc les supprimer. Le réseau n'est plus constitué que de lignes classiques " L, C " de valeurs constantes, figure 14. On peut ainsi les terminer sur leur impédance itérative qui, dans un domaine de fréquences choisi, est une résistance constante. Cette terminaison présente l'avantage de simuler le domaine infini par un réseau de grandeur finie. En fait ces résistances effectuent une véritable absorption de l'énergie à une distance donnée de la source

$$(51) \quad R_{itérative} = \sqrt{\frac{L_R}{C}}$$

La fréquence de coupure du réseau peut être approchée quantitativement grâce à cette terminaison ; elle est très proche de celle des lignes, c'est-à-dire

(52)

$$\omega_f = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

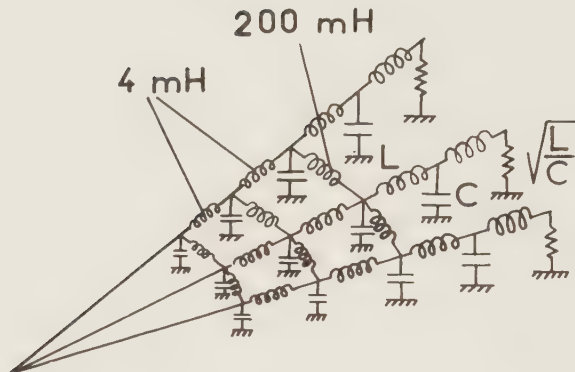


Fig. 14

Pour les conductances se trouvant près de l'axe de révolution un problème se pose. En effet, celles-ci croissent très lentement du fait de l'inclinaison des rayons, c'est pourquoi une prolongation du volume simulé s'impose afin de mieux approcher un certain découplage. Cependant, les énergies échangées à ce niveau sont petites, comparativement à celles échangées ailleurs, aussi peut-on arrêter le réseau, en première approximation, sans pour autant atteindre partout le même découplage (figure 15.)

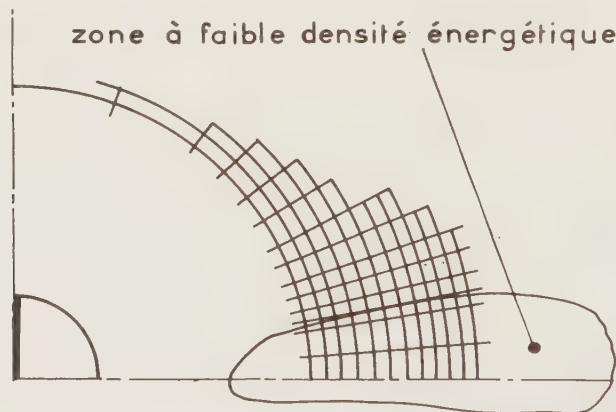


Fig. 15

11.3.3. Conductances de terminaison sur l'axe de révolution.

Les $\Delta\phi_i$ croissent en nombre vers l'infini lorsque l'on se rapproche de l'axe, du fait de leur loi de variation (46). Il faut donc choisir un angle limite pour le découpage. Le choix a été

arrêté sur le quatorzième rayon qui fait un angle de $9^{\circ}5$ avec l'axe. Bien que l'énergie soit faible dans cette région, il est nécessaire de réaliser de bonnes conditions aux limites sur cet axe.

Un quinzième rayon médian s'est avéré nécessaire pour réaliser une bonne approximation. Toutes les énergies du phénomène, installées dans cette région, sont décrites par des conductances spéciales jusqu'à l'axe. Un découpage énergétique semblable au précédent est réalisé sur la figure 16.

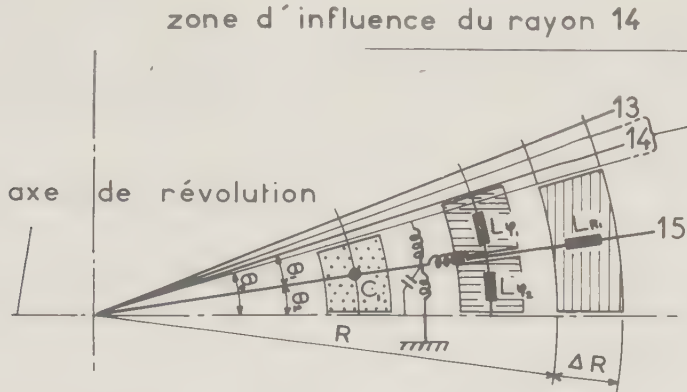


Fig. 16

L'énergie simulant l'énergie magnétique est alors emmagasinée dans une capacité d'expression :

$$C = \frac{\lambda^2 \mu}{k} \frac{\Delta S_i}{2 \pi r_i \mu_0}$$

qui se transforme, en introduisant les quelques simples considérations géométriques suivantes

$$R = \frac{r}{\sin \frac{\theta_0}{2}}$$

$$\Delta S = R \theta_0 \quad \Delta R = r \Delta R \frac{\theta_0}{\sin \frac{\theta_0}{2}}$$

en posant

$$\alpha = \frac{\lambda^2 \mu}{k} \frac{\gamma}{2 \pi \mu_0}$$

la valeur de la capacité s'écrit :

$$C_i = \frac{\alpha}{\gamma} \Delta R \frac{\theta_0}{\sin \frac{\theta_0}{2}}$$

D'autre part

$$\frac{\alpha}{\gamma} \Delta R = C_0$$

la valeur de la capacité constante décrivant l'énergie magnétique dans le reste du réseau, il vient :

$$C_1 = C_0 \frac{\theta_0}{\sin \frac{\theta_0}{2}}$$

ou (53) $C_1 = C_0 \frac{2}{\gamma}$ car θ_0 est petit.

L'énergie simulant l'énergie électrique est emmagasinée dans les selfs L_{φ} et L_R définies précédemment et donne lieu aux calculs suivants :

$$L_{\varphi_{n_0}} = \frac{\mu_0}{c^2 k^2} \frac{k}{\lambda^2 \mu} \frac{2 \pi r_n^2 \gamma^2}{\gamma \Delta R}$$

$L_{\varphi_{n_1}}$ et $L_{\varphi_{n_2}}$ sont les deux éléments en série décrivant l'énergie échangée jusqu'à l'axe au niveau du n^{ème} cercle.

$$L_{\varphi_{n_1}} = \frac{\gamma}{\alpha k^2 c^2} \frac{r}{\Delta R} R \theta_1 = \frac{\gamma}{\alpha k^2 c^2} \frac{r^2}{\Delta R} \frac{\theta_1}{\sin \left(\frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_1}{2} \right)} = L_{\varphi_{n_0}} \frac{\theta_1}{\gamma \sin \left(\frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_1}{2} \right)}$$

puisque les angles sont petits et que $\theta_1 \simeq \frac{\theta_0}{2}$

$$L_{\varphi_{n_1}} = L_{\varphi_{n_0}} \frac{\theta_0/2}{\gamma \left(\frac{2\theta_0}{4} + \frac{\theta_0}{4} \right)}$$

soit

(54) $L_{\varphi_{n_1}} = \frac{2}{3\gamma} L_{\varphi_{n_0}}$

$L_{\varphi_{n_0}}$ est l'inductance comprise entre le treizième et le quatorzième rayon à une distance R_n du centre (n^{ème} cercle).

Un calcul analogue pour L_{φ_2} montre que

$$L_{\varphi_{n_2}} = L_{\varphi_{n_0}} \frac{\theta_0}{2 \gamma \sin \frac{\theta_0}{4}}$$

donc

(55) $L_{\varphi_{n_2}} = \frac{2}{\gamma} L_{\varphi_{n_0}}$

Enfin les selfs radiales sur le quinzième rayon se calculent en fonction de L_{R_0} , self radiale constante pour tout le réseau. Il est facile de montrer que

$$L_{R_1} = L_{R_0} \frac{\gamma \sin \frac{\theta_0}{2}}{\theta_0}$$

soit

$$(56) \quad L_{R_1} = \frac{\gamma}{2} L_{R_0}$$

En résumé, les conductances terminales du réseau sur l'axe de révolution, telles qu'elles sont définies sur la figure 16 prennent les valeurs suivantes

$$(57) \quad \left| \begin{array}{l} C_1 = \frac{2}{\gamma} C_0 \\ L_{R_1} = \frac{\gamma}{2} L_{R_0} \\ L_{\varphi_{n1}} = \frac{2}{3\gamma} L_{\varphi_{n0}} \quad , \quad L_{\varphi_{n2}} = \frac{2}{\gamma} L_{\varphi_{n0}} \end{array} \right.$$

II,3.4. Conductances représentatives d'un plasma.

Chaque petit volume élémentaire est caractérisé par une densité électronique et une fréquence de collisions moyenne .

Si l'on place, par exemple, un plasma homogène et uniformément réparti sur une certaine épaisseur ou dans tout l'espace, les éléments présenteront les mêmes lois de variations que dans le vide.

Les formules (45) pour un plasma (ω_p, ν) donné sont reprises intégralement pour le calcul

$$(58) \quad \left| \begin{array}{l} L_R = c^{\tau_e} \\ \Gamma_R = \frac{1}{L_R \omega_p'^2} = c^{\tau_e} \\ R_R = \frac{\omega_p'^2}{\nu} L_R = c^{\tau_e} \end{array} \right.$$

et pour les éléments en φ

$$(59) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{\varphi} \simeq r^2 \\ \Gamma_{\varphi} \simeq \frac{1}{L_{\varphi} \omega_p'^2} \simeq \frac{1}{r^2} \\ R_{\varphi} = \frac{\omega_p'^2}{\nu'} L_{\varphi} \simeq r^2 \end{array} \right.$$

Si le plasma n'est pas homogène les mêmes formules s'appliquent avec les ν et ω_p locaux.

II,4. Calcul du réseau représentatif d'une antenne de forme quelconque.

Une adaptation utile de ce nouveau cas consiste à associer le réseau de la sphère à un réseau simulant la nouvelle antenne. Physiquement si l'on se place assez loin de l'antenne, les ondes créées se propagent suivant des sphères parfaites qui voient l'élément rayonnant comme un point source, figure 17. De ce fait, l'étude d'une très grande sphère rayonnante permet de placer en son intérieur des éléments de dimensions raisonnables réalisant en première approximation les conditions précédentes. Il suffit alors de concevoir un réseau de raccordement entre la paroi de l'antenne à étudier et l'ancienne sphère qui ne représentera plus réellement qu'une surface d'onde dans l'espace.

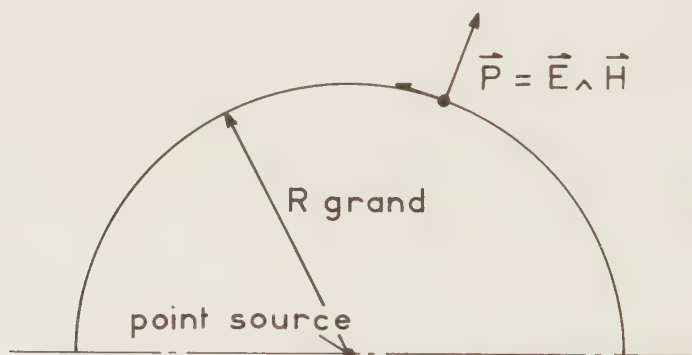


Fig. 17

II,4.1. Réseau de raccordement sphère antenne.

La difficulté qui se présente est le choix d'un maillage curviligne correct dans cette zone. Celui-ci doit répondre à trois critères. Tout d'abord, il doit être formé par des lignes orthogonales, ensuite représenter plus ou moins bien le contour de l'antenne, enfin se raccorder extérieurement à chaque maille du réseau précédent.

On peut, pour simplifier le problème, continuer jusqu'à l'antenne le découpage en ϱ, φ précédent. Les première et troisième conditions sont parfaitement respectées, cependant que la seconde l'est imparfaitement. En effet, cela revient à simuler la paroi métallique par une suite de petits escaliers ou au mieux, si l'on ne prend que la fraction d'énergie comprise entre la paroi et le découpage, la condition d'orthogonalité n'est plus respectée localement (figure 18).

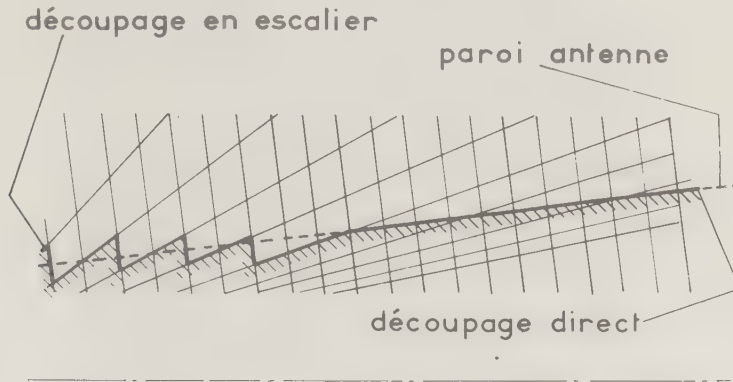


Fig. 18

Un quatrième élément, donnée fondamentale du problème, veut que l'on choisisse une tout autre technique, c'est l'introduction du plasma avec ses gradients dans les deux dimensions.

Pour représenter le plus correctement possible les inhomogénéités, il faut que localement le maillage soit réduit aux dimensions caractéristiques des gradients. D'autre part, autour de l'engin rayonnant à étudier, le gaz ionisé suit certaines lignes de courant bien fixées. Un découpage correct consiste à traiter le problème par la méthode de la cuve rhéographique qui donne, (figure 19), un découpage curviligne orthogonal suivant les

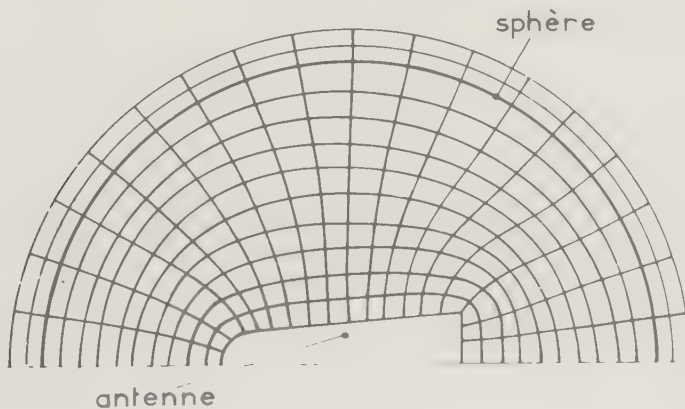


Fig. 19

formes et les dimensions entre lignes qu'on lui imposera. Ainsi peut-on raccorder parfaitement toute surface d'antenne à la sphère, et si on le désire concevoir des réseaux intermédiaires qui suivent les lignes caractéristiques du problème physique, par exemple les lignes de courant dans un écoulement. (photo 1)



Photog. 1

II,4.2. Calcul des éléments du réseau intermédiaire.

Les formules (14), (19), (20), donnant les conductances du réseau, sont générales et applicables à n'importe quel système de coordonnées curvilignes orthogonales, en particulier à celui qui vient d'être défini précédemment. La figure 20 décrit les différents paramètres en η et ξ .

$$(60) \left| \begin{array}{l} \Gamma_i = \frac{\lambda^2 \mu}{k} \frac{\Delta S_i}{2\pi r_i \mu_0} \\ L_\xi = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2}{k \lambda^2 \mu} \frac{2\pi r_\xi [\Delta \xi]^2}{\Delta S_\xi} \\ L_\eta = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2}{k \lambda^2 \mu} \frac{2\pi r_\eta [\Delta \eta]^2}{\Delta S_\eta} \end{array} \right. \quad \text{avec (61)} \left| \begin{array}{l} \Delta S_i = \frac{1}{4} (\Delta \eta_+ + \Delta \eta_-) (\Delta \xi_+ + \Delta \xi_-) \\ \Delta S_\xi = \frac{1}{2} \Delta \xi [\Delta \eta_+ + \Delta \eta_-]_{\text{moy}} \\ \Delta S_\eta = \frac{1}{2} \Delta \eta [\Delta \xi_+ + \Delta \xi_-]_{\text{moy}} \end{array} \right.$$

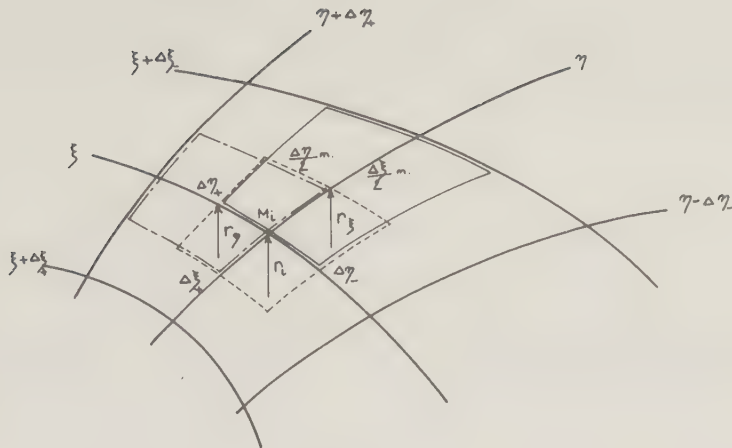


Fig. 20

En notant

$$A = \frac{\lambda^2 \mu}{2 \pi \mu_0^2 k}$$

il vient les expressions suivantes :

$$(62) \quad \left| \begin{aligned} \Gamma_i &= \frac{A \mu_0}{4} \frac{[\Delta\eta_+ + \Delta\eta_-] [\Delta\xi_+ + \Delta\xi_-]}{r_i} \\ L_\eta &= \frac{2}{A} \frac{\varepsilon_0}{k^2} r_\xi \frac{\Delta\xi}{[\Delta\eta_+ + \Delta\eta_-]_{\text{moy}}} \\ L_\xi &= \frac{2}{A} \frac{\varepsilon_0}{k^2} r_\eta \frac{\Delta\eta}{[\Delta\xi_+ + \Delta\xi_-]_{\text{moy}}} \end{aligned} \right.$$

Cette formulation montre la manière dont il faut prendre les calculs de ces éléments. Après avoir dessiné le maillage, on mesure chaque grandeur $\Delta\eta$, $\Delta\xi$, r_i que l'on porte sur une carte représentative du découpage ; enfin, on applique les formules (62) pas à pas.

II,4.3. Conductances représentatives d'un plasma.

Le découpage autour de l'antenne a été choisi en fonction des inhomogénéités existantes. Une valeur moyenne à ν et ω_p est donnée pour chaque petit volume élémentaire et les conductances représentatives du plasma se calculent alors comme dans le cas de la sphère.

$$(63) \quad \left| \begin{aligned} \Gamma_j &= \frac{1}{L_j \omega_p'^2} \\ R_j &= \frac{\omega_p'}{\nu'} L_j \end{aligned} \right.$$

L_j représentant les inductances L_η et L_ξ écrites en (62). Le tracé d'une carte de plasma en fonction du découpage choisi est donc nécessaire. Sur cette carte figurent également les valeurs correspondantes des inductances locales calculées pour simuler le rayonnement dans le vide.

III. ÉTUDE DE LA SPHÈRE DIPOLAIRE

Cette étude s'insère dans ce travail pour justifier la validité de la méthode employée, et permettre d'atteindre avec une approximation valable l'erreur commise dans un exemple particulier. Il fallait trouver une antenne ayant les propriétés de symétrie de révolution souhaitées et dont le calcul analytique soit possible : une sphère, à paroi parfaitement conductrice, coupée en son milieu par une fente en matériau isolant a fait l'objet d'un tel calcul.

L'exploitation numérique des résultats analytiques obtenus est exposée dans ce qui suit. Les diagrammes de rayonnement pour deux fréquences privilégiées, ainsi que l'impédance de l'antenne dans la gamme de 100 à 1 000 MHz ont été calculés et confrontés avec les résultats obtenus sur le réseau simulateur.

Les conséquences de l'introduction d'un plasma homogène uniformément réparti autour de la surface simulée sont également étudiées dans ce chapitre.

III.1. Sources théoriques. Adaptation au calcul numérique.

Deux auteurs se sont particulièrement penchés sur ce problème. Il s'agit de Poincelot et Schelkunoff. Poincelot [9] traite directement la théorie du "radiateur électromagnétique" en excitant la fente, infiniment mince, d'une sphère dipolaire par une tension symétrique $\pm V_0/2$. L'expression analytique du vecteur champ magnétique H_φ a permis d'effectuer un calcul numérique de deux diagrammes de rayonnement.

L'examen de l'expression de la puissance rayonnée montre l'existence d'une suite de pseudo modes de rayonnement dont l'étude des fonctions représentatives permet de mettre en évidence des sortes de fréquences propres.

Schelkunoff [10] dans "Advanced Antenna Theory" étudie les antennes biconiques à calottes sphériques ou de formes autres (ellipsoïde par exemple). Si l'angle du cône exciteur

tend vers zéro, l'antenne proposée devient une antenne à fente infiniment mince. Les expressions analytiques des impédances d'onde permettent dans ce cas de remonter au calcul numérique de l'impédance de l'antenne dipolaire sphérique.

III,1.1. Calcul des diagrammes de rayonnement.

Une sphère parfaitement conductrice, de rayon a , coupée en deux parties suivant l'équateur par une fente infiniment mince, un régime sinusoïdal établi dans tout l'espace et enfin une source $\pm \frac{V_0}{2} e^{j\omega t}$ appliquée aux deux lèvres de la fente constituent le "radiateur électromagnétique sphérique".

III,1.1.1. Calcul des composantes du champ.

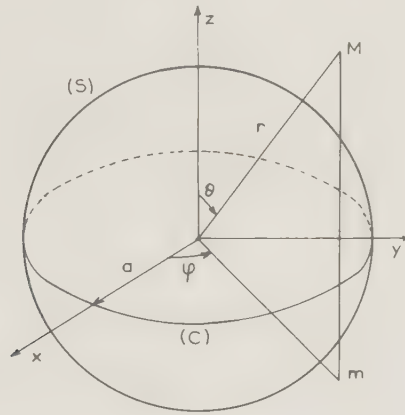


Fig. 21

Les calculs s'effectuent en coordonnées sphériques (r, θ, φ) , (figure 21.)

Seuls $E_r(r, \theta)$, $E_\theta(r, \theta)$ et $H_\varphi(r, \theta)$ existent

$$E_\theta = 0 \quad \text{sur la sphère}$$

E et H sont reliés par les équations de Maxwell qui conduisent aux expressions

$$(64) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_r(r, \theta) = - \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \left[\frac{\cotg \theta}{r} H_\varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial \theta} \right] \\ E_\theta(r, \theta) = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \left[\frac{1}{r} H_\varphi + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} \right] \end{array} \right.$$

H_φ peut se décomposer suivant x et y en

$$(65) \quad \begin{aligned} H_x + j H_y &= j H_\varphi e^{j\varphi} \\ &= (-\sin \varphi + j \cos \varphi) H_\varphi \end{aligned}$$

Comme H_x et H_y vérifient la condition d'Helmholtz, il en sera de même pour $H_\varphi e^{j\varphi}$ en tout point hors de la sphère

$$(66) \quad \Delta (H_\varphi e^{j\varphi}) + k_o^2 H_\varphi e^{j\varphi} = 0$$

$H_\varphi e^{j\varphi}$ se représente par une série de fonctions élémentaires de l'équation d'Helmholtz, en coordonnées sphériques, régulières hors de la sphère et vérifiant elles-mêmes la condition de rayonnement.

Tous calculs faits l'expression finale de $H_\varphi(r, \theta)$ est

$$(67) \quad H_\varphi(r, \theta) = j\omega \epsilon_o V_o \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n+3)(2n-1)!! h_{2n+1}^{(2)}(k_o r) P_{2n+1}^{(1)}(\cos \theta)}{2^{(n+1)} (n+1)! \left[h_{2n+1}^{(2)}(k_o a) + k_o a h_{2n+1}^{(2)'}(k_o a) \right]}$$

avec $k_o^2 = \omega^2 \epsilon_o \mu_o$

et $(2n-1)!! = 1.3 \dots (2n-1)$

$h_{2n+1}^{(2)}(k_o r)$ désigne la quatrième fonction de Bessel sphérique, qui s'écrit encore

$$h_n^{(2)}(x) = \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(x)$$

$H_n^{(2)}(x)$ est la fonction de Bessel ordinaire de troisième espèce.

$P_n^{(1)}(\cos \theta)$ est la fonction algébrique associée de Legendre de première espèce.

Les autres composantes se déduiraient facilement de l'expression de $H_\varphi(r, \theta)$ grâce aux relations (64).

III,1.1.2. Puissance rayonnée. Pseudo fréquences propres.

La puissance active moyenne rayonnée se définit comme le flux du vecteur de Poynting $\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$ à travers une surface fermée.

$$(68) \quad \left| \begin{array}{l} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t} \\ \vec{H} = \vec{H}_0 e^{j(\omega t - \psi)} \end{array} \right.$$

On peut poser, $\vec{H}^*$ et $\vec{E}^*$ étant les quantités conjuguées de $\vec{E}$ et $\vec{H}$

$$\begin{aligned} \vec{S}' &= \frac{1}{4} [\vec{E} \wedge \vec{H}^* + \vec{E}^* \wedge \vec{H}] \\ &= \frac{1}{4} [\vec{E}_0 \wedge \vec{H}_0 e^{j\psi} + \vec{E}_0^* \wedge \vec{H}_0^* e^{-j\psi}] \end{aligned}$$

$$(69) \quad \vec{S}' = \frac{1}{2} \vec{E}_0 \wedge \vec{H}_0 \cos \psi$$

Le flux de $\vec{S}'$ à travers une surface fermée représente le flux de puissance active moyenne P_a à travers cette surface. Deux calculs de P_a sont alors possibles ; le premier consiste à calculer le flux à travers la zone élémentaire que constitue la fente. Le second sera le calcul du flux à travers une sphère infinie.

(70) Dans les deux cas P_a s'exprime par

$$P_a = \frac{\pi (\epsilon_0)^{1/2}}{4 (\mu_0)} V_0^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n+3)(2n-1)!!(2n+1)!!}{2^{2n} n! (n+1)!} \frac{1}{\left\{ \frac{d}{dt} [t h_{2n+1}^{(2)}(t)] \frac{d}{dt} [t h_{2n+1}^{(1)}(t)] \right\}_{t=k_0 a}}$$

Une application numérique permet de remonter à un maximum pour chacun des modes de la série. Ce maximum, à une fréquence donnée, sera appelé pseudo fréquence propre de l'antenne.

Pour le premier mode $n=0$, il vient

$$\rho_0 = P_{0a} = \frac{\pi (\epsilon_0)^{1/2}}{4 (\mu_0)} V_0^2 \frac{3}{\frac{d}{dx} (x h_{-1}^{(2)}(x)) \frac{d}{dx} (x h_{-1}^{(1)}(x))}$$

$$(71) \quad \rho_0 = \frac{\pi (\epsilon_0)^{1/2}}{4 (\mu_0)} V_0^2 \frac{3}{\frac{d}{dx} [x \psi_1^{(4)}(x)] \frac{d}{dx} [x \psi_1^{(3)}(x)]}$$

$\psi^{(3)}$ et $\psi^{(4)}$ étant dans une notation plus classique [11] les troisième et quatrième fonctions de Bessel sphériques.

Les points de la courbe intéressant sont ceux pour lesquels ρ_0 passe par un maximum. L'expression : $\frac{d}{dx}(x \psi_1^{(4)}(x)) \frac{d}{dx}(x \psi_1^{(3)}(x))$ passe alors par un minimum.

$$(72) \quad A \cdot B = \frac{d}{dx} [x \psi_1^{(4)}(x)] \frac{d}{dx} [x \psi_1^{(3)}(x)] = [x \psi_1^{(4)'}(x) + \psi_1^{(4)}(x)] [x \psi_1^{(3)'}(x) + \psi_1^{(3)}(x)]$$

$$B = x \psi_1^{(3)'}(x) + \psi_1^{(3)}(x)$$

Toujours d'après Robin [11]

$$(73) \quad (2n+1) \frac{d}{dx} \psi_n^{(3)}(x) = n \psi_{n-1}^{(3)}(x) - (n+1) \psi_{n+1}^{(3)}(x)$$

pour $n = 1$

$$3 \frac{d}{dx} \psi_1^{(3)}(x) = \psi_0^{(3)}(x) - 2 \psi_2^{(3)}(x)$$

d'où

$$(74) \quad B = \frac{x}{3} \psi_0^{(3)}(x) - \frac{2}{3} x \psi_2^{(3)}(x) + \psi_1^{(3)}(x)$$

d'autre part [11]

$$(75) \quad \psi_1^{(3)}(x) = \frac{x}{3} [\psi_0^{(3)}(x) + \psi_2^{(3)}(x)]$$

donc

$$(76) \quad B = 2 \psi_1^{(3)}(x) - x \psi_2^{(3)}(x)$$

L'expression A se calcule de la même manière en remplaçant les indices (3) par (4)

$$(77) \quad A = 2 \psi_1^{(4)}(x) - x \psi_2^{(4)}(x)$$

Or, toujours d'après [11]

$$(78) \quad \begin{cases} \psi_n^{(3)}(x) = \psi_n^{(1)}(x) + j \psi_n^{(2)}(x) \\ \psi_n^{(4)}(x) = \psi_n^{(1)}(x) - j \psi_n^{(2)}(x) \end{cases}$$

En regroupant A et B , il vient

$$(79) \quad AB = 4 \psi_1^{(3)} \psi_1^{(4)} + x^2 \psi_2^{(3)} \psi_2^{(4)} - 2x \left[\psi_1^{(3)} \psi_2^{(4)} + \psi_1^{(4)} \psi_2^{(3)} \right]$$

Après transformation en reportant (77) et (78) dans (79)

$$(80) \quad AB = \left[2 \psi_1^{(1)} - x \psi_2^{(1)} \right]^2 + \left[2 \psi_1^{(2)} - x \psi_2^{(2)} \right]^2$$

En remplaçant les deux premières fonctions de Bessel sphériques $\psi^{(1)}$ et $\psi^{(2)}$ par leur expression en fonction de J et Y , fonctions de Bessel habituelles du premier ordre, et en tenant compte du fait que

$$(81) \quad \psi_n^{(2)}(x) = \frac{-\psi_n^{(1)}(x) \sin n\pi + \psi_{n-1}^{(1)}(x)}{\cos n\pi} \quad [11]$$

avec

$$\begin{cases} \psi_n^{(1)}(x) = \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{n+\frac{1}{2}}(x) \\ \psi_n^{(2)}(x) = \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} Y_{n+\frac{1}{2}}(x) \end{cases}$$

il vient

$$(82) \quad AB = \left[2 \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{3/2}(x) - x \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{5/2}(x) \right]^2 + \left[2 \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{-3/2}(x) + x \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{-5/2}(x) \right]^2$$

avec $x = k_0 a$

Grâce aux tables des fonctions de Bessel sphériques [12] on calcule facilement ce terme.

Pour $x = 1,5$ le terme AB passe par un minimum et pour x tendant vers 0, AB tend vers l'infini. Enfin, pour x infini, AB vaut 1 comme il sera montré plus loin.

ρ_0 aura donc l'allure de la figure 22 avec

$$(83) \quad \begin{aligned} \rho_0 &= \frac{3\pi}{4} \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} V_0^2 \times \frac{1}{AB} \\ &= \frac{V_0^2}{160} \times \frac{1}{AB} = \frac{K}{AB} \end{aligned}$$

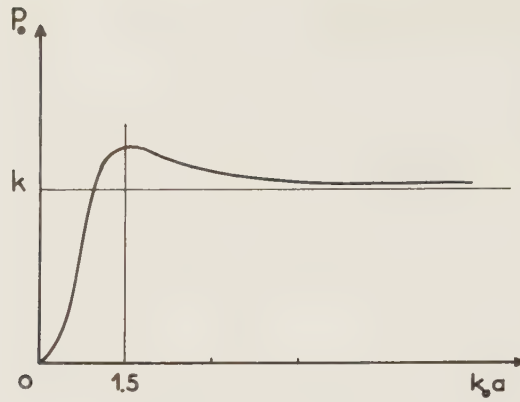


Fig. 22

Les autres modes se calculent de la même manière et conduisent à l'expression générale

$$(84) \quad AB_{(n)} = \left[(2n+2) \left[\frac{\pi}{2x} \right]^{1/2} J_{2n+\frac{3}{2}}(x) - x \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{2n+\frac{5}{2}}(x) \right]^2 + \left[(2n+2) \left[\frac{\pi}{2x} \right]^{1/2} J_{-(2n+\frac{3}{2})}(x) + x \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{-(2n+\frac{5}{2})}(x) \right]^2$$

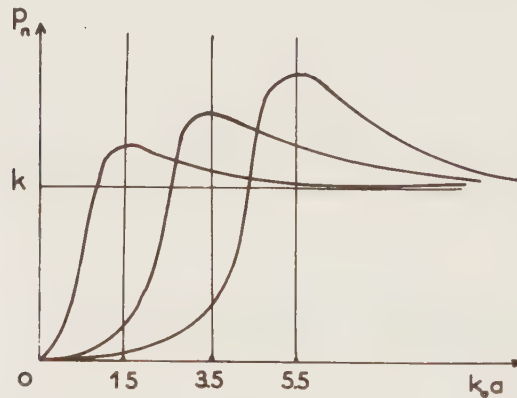


Fig. 23

Les modes P_n sont dessinés sur la figure 23. Il est facile de montrer que la fonction $AB(x)$ tend vers 1 lorsque x tend vers l'infini, en effet pour x grand [11]

$$(85) \quad \left| \begin{array}{l} \psi_n^{(1)}(x) \sim \frac{1}{x} \sin\left(x - \frac{n\pi}{2}\right) \\ \psi_n^{(2)}(x) \sim -\frac{1}{x} \cos\left(x - \frac{n\pi}{2}\right) \end{array} \right.$$

AB prend donc la forme

$$AB = \left[(-1)^{n+1} (2n+2) \frac{\cos x}{x} + (-1)^n \sin x \right]^2 + \left[(-1)^n (2n+2) \frac{\sin x}{x} + (-1)^{n+1} \cos x \right]^2$$

En développant ces carrés et faisant tendre x vers l'infini, il vient

$$(86) \quad AB = \frac{(2n+2)^2}{x^2} + 1$$

Pour un n fixé AB tend bien vers 1 lorsque x tend vers l'infini.

Enfin, le calcul montre que les différents modes ont leur seul maximum pour un $k_0 a$ tel que

$$(87) \quad k_0 a = 2n + \frac{3}{2}$$

ou encore

$$(88) \quad a_* f = \left(2n + \frac{3}{2} \right) \frac{c}{2\pi}$$

a en mètre, rayon de la sphère

f en Hz, fréquence d'excitation.

On peut considérer que ces fréquences sont des pseudo fréquences propres de l'antenne.

III,1.1.3. Diagrammes de rayonnement.

Les diagrammes de rayonnement peuvent être obtenus en faisant une application numérique sur l'expression de $H_\varphi(r, \theta)$. Ils sont calculés ici pour les deux premiers pseudo modes propres précédemment définis.

On a vu que H_φ s'écrit

$$H_\varphi(r, \theta) = j\omega \epsilon_0 V_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n+3) (2n-1)!! h_{2n+1}^{(2)}(k_0 r) P'_{2n+1}(\cos \theta)}{2^{n+2} (n+1)! \left[h_{2n+1}^{(2)}(k_0 a) + k_0 a h_{2n+1}'^{(2)}(k_0 a) \right]}$$

Le diagramme de rayonnement est calculé à une distance r très grande devant la dimension de l'antenne.

Des formules asymptotiques [11] donnent pour r grand

$$h_{2n+1}^{(2)}(k_0 r) = j \frac{e^{-jk_0 r}}{k_0 r} e^{j(2n+1)\frac{\pi}{2}}$$

$$e^{j(2n+1)\frac{\pi}{2}} = j^{2n+1}$$

ce qui conduit à

$$(89) \quad h_{2n+1}^{(2)}(k_0 r) = - \frac{e^{-jk_0 r}}{k_0 r}$$

H_φ s'écrit alors

$$H_\varphi^{(90)}(r, \theta) = -j \frac{\omega \epsilon_0 V_0}{k_0 r} e^{-jk_0 r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(4n+3)(2n-1)!!}{(n+1)} \frac{1}{h_{2n+1}^{(2)}(k_0 a) + k_0 a h_{2n+1}^{(2)'}(k_0 a)} \times P_{2n+1}'(\cos \theta)$$

On rappelle que le diagramme de rayonnement d'une antenne s'obtient en portant le module du champ H_φ mesuré ou calculé, à une distance d de l'antenne, dans un système de coordonnées (r, θ)

Le module de H_φ s'exprime par

$$(91) \quad |H_\varphi(\theta)| = \text{module } H_\varphi(d, \theta)$$

$$= \frac{\omega \epsilon_0 V_0}{k_0 d} \left| \sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n P_{2n+1}'(\cos \theta) \right|$$

avec

$$(92) \quad a_n = (-1)^n \frac{(4n+3)(2n-1)!!}{(n+1)! 2^{n+2}}$$

$$(93) \quad b_n = \frac{1}{h_{2n+1}^{(2)}(k_0 a) + k_0 a h_{2n+1}^{(2)'}(k_0 a)}$$

La suite des a_n est à termes alternés, et tend lentement vers zéro.

b_n pour $k_0 a = 1,5$ c'est-à-dire à la première résonance, s'écrit après transformations

$$(94) \quad \frac{1}{b_n} = h_{2n+1}^{(2)}(x) + x h_{2n+1}^{(2)'}(x)$$

$$= (2n+2) h_{2n+1}^{(2)} - x h_{2n+2}^{(2)}$$

ou encore

$$(95) \quad \frac{1}{b_n} = A - jB$$

$$= \left[(2n+2) \psi_{2n+1}^{(1)} - x \psi_{2n+2}^{(1)} \right] - j \left[(2n+2) \psi_{2n+1}^{(2)} - x \psi_{2n+2}^{(2)} \right]$$

avec

$$A = (2n+2) \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{2n+\frac{3}{2}} - x \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{2n+\frac{5}{2}}$$

$$B = (2n+2) \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{-2n-\frac{3}{2}} + x \left(\frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{-2n-\frac{5}{2}}$$

Ces deux termes tendent très rapidement soit vers 0, soit vers l'infini dès l'ordre 3.

$$J_{2n+\frac{3}{2}}, J_{2n+\frac{5}{2}} \sim 0 \text{ pour } n \geq 3$$

$$J_{-2n-\frac{3}{2}}, J_{-2n-\frac{5}{2}} \sim \infty \text{ pour } n \geq 3$$

Les termes $P'_{2n+1}(\cos\theta)$ se calculent d'après les tables de fonctions de Legendre associées [13]. Ces termes restent longtemps finis. Cependant, b_n tendant très rapidement vers zéro, permet de limiter les calculs à 3 ou 4 termes de série pour chaque point et chaque direction.

Les diagrammes obtenus numériquement pour $x = 1,5$ et $3,5$ sont représentés figure 30 a,e.

III,1.2. Calcul de l'impédance de l'antenne.

Dans "Advanced Antenna Theory" [10], Schelkunoff traite le problème complet d'une antenne à fente conique, (figure 24).



Fig. 24

Si l'angle du cône $(\frac{\pi}{2} - \psi)$ de la fente tend vers 0, l'antenne devient une sphère dipolaire rayonnante parfaite (de rayon ℓ).

L'auteur s'est surtout attaché, dans son étude, aux différentes expressions de l'impédance en tout point de l'espace, en particulier au niveau de la surface de continuité qui fait passer du milieu I, volume du cône de la fente, au milieu II, volume extérieur à la sphère.

Les résultats sont les suivants :

$$(96) \quad Y_t = j\omega C_t + \sum \frac{(2k+1) \left[\left(\frac{k}{2} \right)! \right]^2}{k(k+1) \left\{ \left[\frac{k-1}{2} \right]! \right\}^2} \left[Y_k^+ - \frac{j\omega \epsilon_0 \ell}{k} \right]$$

où Y_t est l'admittance cherchée de la zone concrétisée par la fente.

Elle est définie par

$$Y_t = \frac{I_o(\ell)}{V(\ell)}$$

$I_o(\ell)$ et $V_o(\ell)$ étant les courant et tension apparaissant sur la frontière (I, II) donc sur la surface de la fente.

Elle est définie d'une manière générale en écrivant

$$(97) \quad Y_t = \frac{\int_{\psi}^{\pi-\psi} \ell H_{\varphi}(\ell, \theta) d\theta}{\int_{\psi}^{\pi-\psi} \ell E_{\theta}(\ell, \theta) d\theta}$$

Y_k^+ est l'admittance d'onde radiale sur la surface de discontinuité, elle est définie par

$$(98) \quad Z_k^+ = \frac{1}{Y_k^+} = \frac{E_{\theta, k}(\ell)}{H_{\varphi, k}(\ell)}$$

Dans ce problème par rapport au précédent $\beta\ell = k_o a$ s'écrit encore si le milieu est homogène

$$(99) \quad Z_k^+ = j\eta \frac{J_k'(\beta\ell) - jN_k'(\beta\ell)}{J_k(\beta\ell) - jN_k(\beta\ell)} \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}}$$

Expression dont les termes s'apparentent aux termes $1/AB$ du calcul précédent et qui peut s'écrire si on remonte aux définitions de 3.1.1.2

$$(100) \quad Z_k^+ = j\eta \frac{[\psi_k^{(1)}(\beta l)]' - j[\psi_k^{(2)}(\beta l)]'}{\psi_k^{(1)}(\beta l) - j\psi_k^{(2)}(\beta l)}$$

Le calcul numérique de cette expression ou plutôt de Y_k^+ a été fait sur ordinateur [10] et les courbes des différents termes Y_k^+ pour les sept premiers modes sont représentés sur les figures 25 et 26. Seuls les termes impairs sont à retenir pour le calcul terminal. La capacité C_t a été calculée comme étant la capacité statique des deux hémisphères lorsque ω tend vers 0.

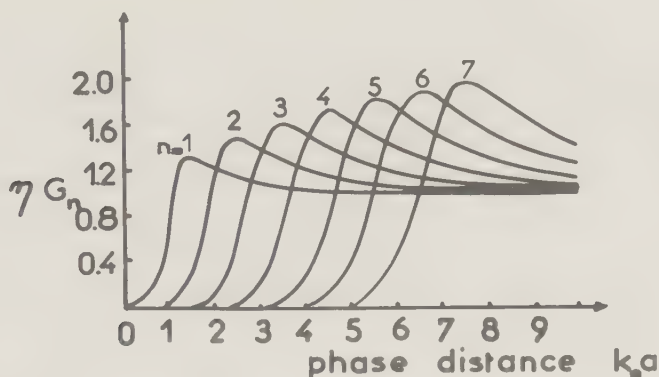


Fig. 25a

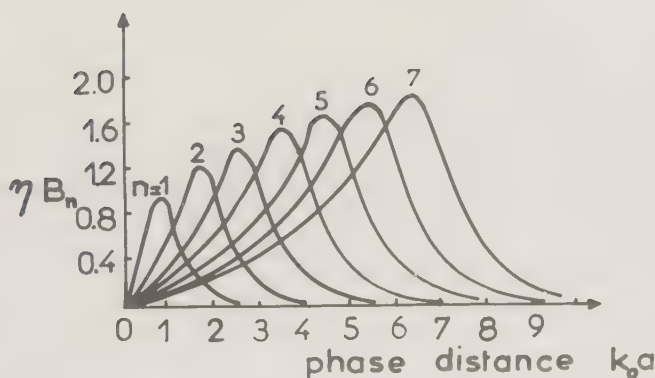


Fig. 25b

Le calcul numérique de Y_t a été effectué dans la mesure du possible avec les courbes tirées du calcul de Y_k^+ précédent.

Soit

$$(101) \quad Y_t = G_t + j B_t$$

G_t conductance terminale

B_t susceptance terminale

$$(102) \quad G_t = \frac{4}{\eta} \sum_{1,3,5} b_k [\eta G_k]$$

avec

$$b_k = \frac{(2k+1) \left[\left(\frac{k}{2} \right)! \right]^2}{k(k+1) \left\{ \left(\frac{k-1}{2} \right)! \right\}^2}$$

ηG_k est donné sur la figure 25.

Tous les modes, pour leur fréquence de coupure tendent très rapidement vers 0, ce qui permet de calculer avec une assez grande précision les termes G_t .

La partie réelle de l'impédance ainsi calculée peut être considérée comme tracée par excès, l'erreur due au reste de la série non calculée, ne devrait pas dépasser un ohm.

Le terme B_t est donné par l'expression

$$(103) \quad B_t = \frac{4}{\eta} \sum_{1,3,5} b_k (\eta B_k)$$

les termes $j\omega C_t, \sum \frac{j\omega \epsilon l}{k}$ s'annulent de par leur calcul.

ηB_k est donné figure 25b. Ces modes propres, comme le montre la figure, sont très mal définis les uns par rapport aux autres pour les faibles βl (ou $k_0 a$). Une sommation de série par calcul numérique devient très délicate. C'est pourquoi seuls trois points ont été calculés, en poussant très loin les termes de chaque série correspondante. Cependant il n'a pas été possible d'atteindre une définition de ces valeurs à mieux que deux ohms près.

La partie réelle, exprimée en ohm, de l'impédance de l'antenne dans la gamme de 400 à 1 000 MHz est représentée sur la figure 26. La figure 27 représente la partie imaginaire exprimée également en ohm. En fait seuls les trois points calculés y sont reportés.

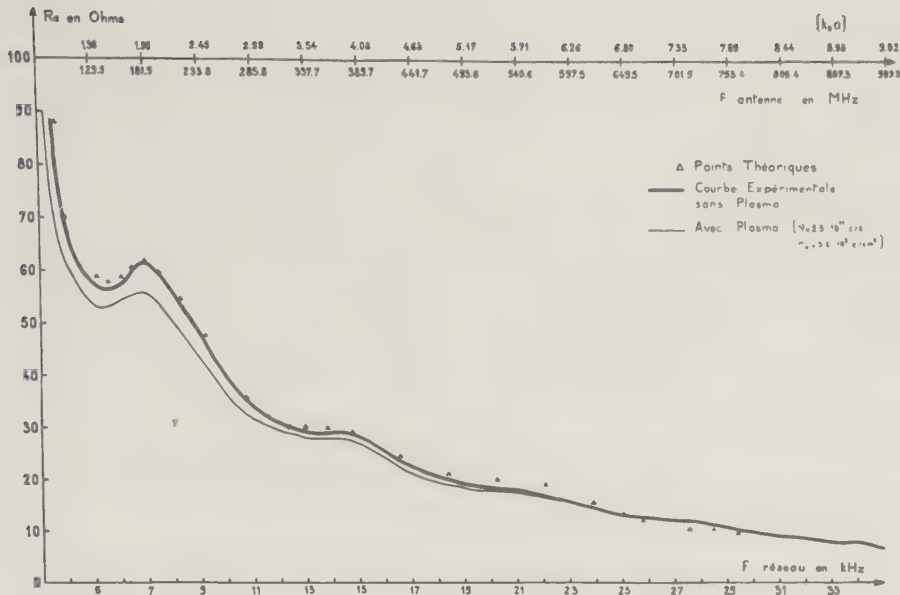


Fig. 26

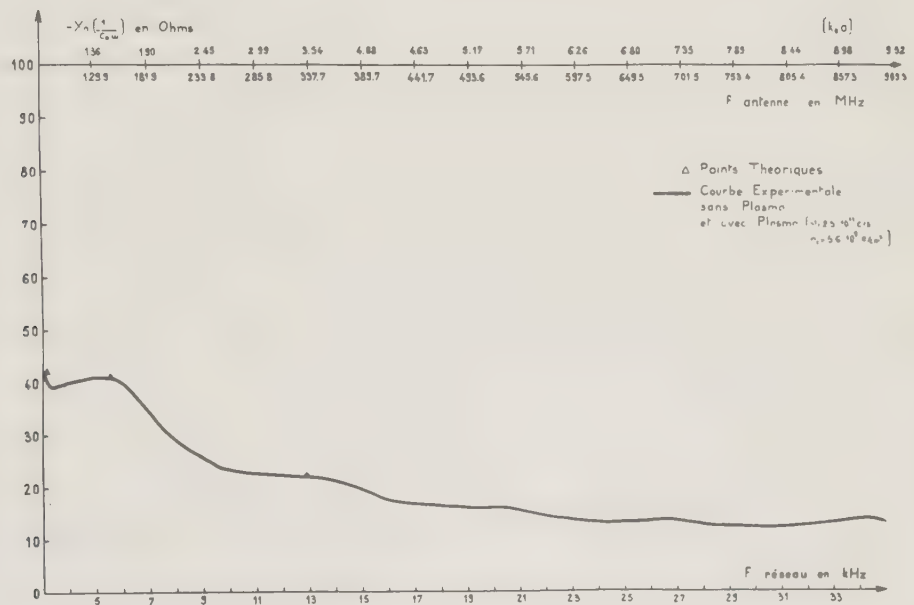


Fig. 27

III,2. Construction du réseau. Instrumentation de mesure.

Des difficultés sont apparues dans ce travail lors du choix des éléments constitutifs du réseau et celui de leur nombre, le choix de la gamme des fréquences simulatrices et enfin celui des appareils de mesures.

III,2.1. Technologie du réseau.

Les différents arbitraires (13) imposés dans le calcul des éléments constitutifs du réseau ont permis d'effectuer une transposition de la gamme de fréquences, 100 à 1 000 MHz, du phénomène réel à une gamme de basses fréquences 3,85 à 38,5 kHz, pour le simulateur. En effet, on a posé précédemment

$$\omega' = k\omega$$

et k a été choisi égal à $0,3849 \cdot 10^{-4}$

D'autre part selon (2.3.1) les différents éléments simulant la propagation dans le vide autour de la sphère doivent posséder les valeurs capacitatives et selfiques:

$$(104) \quad \left| \begin{array}{l} \bar{C}_i = \alpha \Delta R \\ L_R = \frac{\Delta R}{\alpha k^2 C^2} \\ L_\varphi = \frac{\gamma^2 r^2}{\alpha k^2 C^2 \Delta R} \end{array} \right.$$

α étant directement lié à λ et μ , les deux autres constantes arbitraires définies dans les expressions (13)

$$V = b/\lambda \quad \text{et} \quad \frac{P_{\text{analogique}}}{P_{\text{simulée}}} = \mu$$

$$\text{Si l'on choisit } \alpha = 750 \text{ pF/cm}$$

$$\text{et } \Delta R = 4 \text{ cm}$$

compte tenu du fait que γ , défini comme $\Delta\varphi_i = \gamma \sin \varphi_i$, vaut 0,1752, les éléments du premier réseau prennent les valeurs suivantes:

$$(105) \quad \left| \begin{array}{l} \bar{C}_i = 3000 \text{ pF} \\ L_R = 4 \text{ mH} \\ L_\varphi = 7,66 r^2 \mu\text{H} \quad r \text{ en cm} \end{array} \right.$$

On remarque que les capacités $\bar{C}_i$ ont été choisies de valeurs assez élevées afin de faciliter les mesures de tension en chaque noeud, par un appareil extérieur. La capacité de la sonde étant facilement choisie négligeable devant 3 000 pF. Cette valeur aurait pu être encore plus élevée si les inductances étaient restées dans des valeurs faciles à réaliser.

Mais L_φ qui varie en r^2 a une plage de variations, avec $\Gamma_c = 3\ 000\ \text{pF}$, allant de 0,1 mH à 250 mH. Les valeurs inférieures étant difficilement réalisables avec les mêmes performances que les valeurs moyennes et supérieures, on ne pouvait descendre la plage plus bas.

ΔR a été choisi égal à 4 cm afin de simuler correctement les fréquences les plus élevées. En effet pour ces dernières, une représentation à 6 ou 7 points, figure 28, d'une longueur d'onde peut encore être admise comme correcte. Un découpage plus fin aurait été préférable, mais le nombre d'éléments aurait considérablement augmenté.

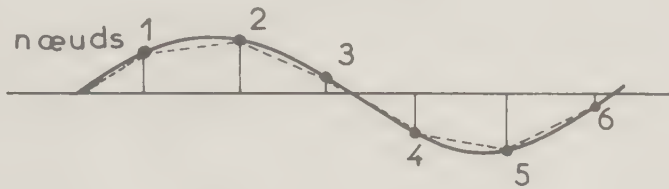


Fig. 28

Découpage d'une longueur d'onde
aux fréquences hautes

Le coefficient γ définissant la loi de variation des rayons représentatifs du réseau a été choisi égal à 0,1752, ce qui décale de 10° le premier rayon à partir du rayon central, les autres allant en se rapprochant jusqu'au quatorzième rayon, faisant un angle de 10° avec l'axe de révolution. Un quinzième rayon a été placé à 5° de l'axe. Les diagrammes de rayonnement seront donc mesurés en 31 points à l'infini dans un demi-plan.

Les résistances itératives situées sur les lignes radiales sont égales à $1\ 156\ \Omega$

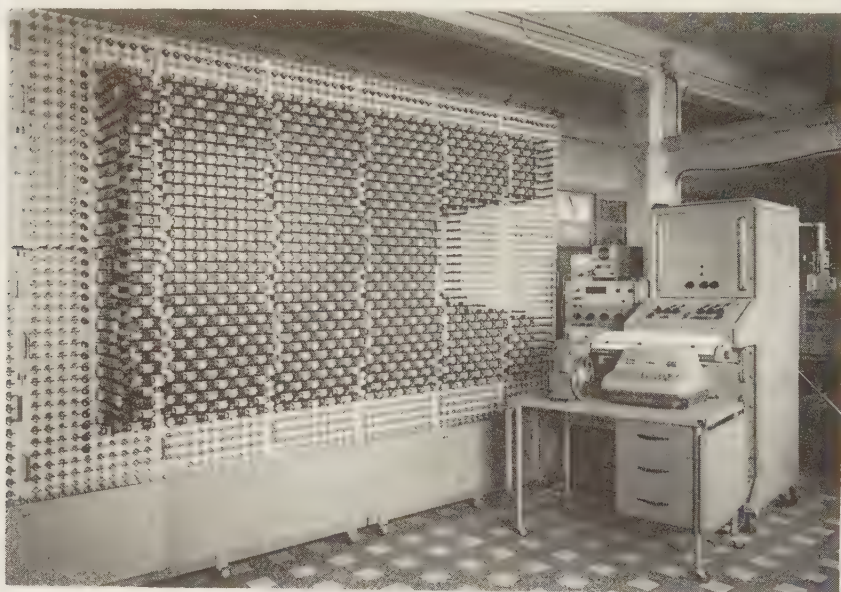
$$R_i = \sqrt{\frac{L_R}{\Gamma_c}}$$

ce qui est une impédance basse, sur laquelle les phénomènes parasites ont peu d'effets.

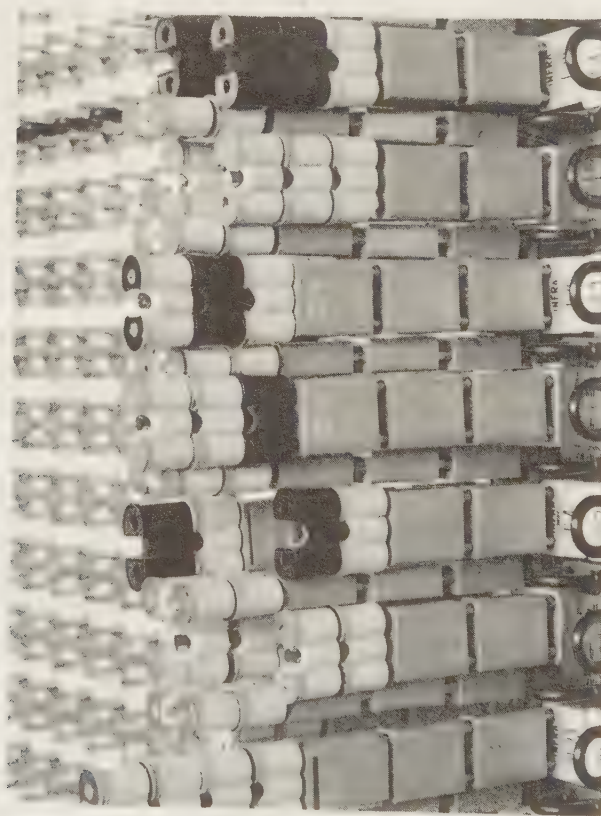
La longueur de propagation simulée, qui détermine la longueur du réseau, dépend des faibles fréquences de la plage. Une représentation sur 1,80 m a été choisie. Elle simule environ une longueur d'onde de propagation dans les fréquences basses.

Il est remarquable que tous les choix qui ont été faits précédemment ont servi à construire un réseau compact

simulant le mieux possible et avec un nombre d'éléments minimum tous les phénomènes à représenter.



Photog. 2



Photog. 3

Ceci a conduit à la construction d'un réseau comportant environ 2 700 inductances et 1 350 capacités ; inductances enfichables, bobinées dans des pots de ferrite, noyées dans des moulages plastiques. Elles possèdent un coefficient de surtension moyen de 70 à 1 000 Hz, soit 250 minimum à 3,85 kHz et une valeur encore plus élevée dans le reste de la gamme avec des pointes autour de 400 à 450. Leur réglage s'effectue à 10^{-4} près.

Les capacités sont au mica argenté, enfichables et moulées également. Leur précision varie de 0,5 à 1%. Le tout est enfiché sur des panneaux spéciaux pour le calcul analogique (O.N.E.R.A.), photos 2,3.

III,2.2. Matériels de mesure.

III,2.2.1. Excitation.

L'excitation se fait en un seul noeud, lequel simule la fente infiniment mince de l'antenne. Il suffit de brancher un générateur B.F. ayant une bonne stabilité en ce noeud, la masse étant le point commun des capacités, pour exciter le réseau. En effet, le courant débité par le générateur revient à imposer un certain champ magnétique au voisinage de la fente, c'est-à-dire le courant exciteur.

III,2.2.2. Mesures de potentiels.

Les niveaux de travail étant assez bas, quelques volts à l'entrée, un matériel sensible est nécessaire. L'intensité injectée dans le réseau est volontairement limitée pour éviter de faire fonctionner les selfs dans de mauvaises conditions ; les pertes augmentent très rapidement avec la puissance de travail. La mesure par fil nu, directement relié à un voltmètre alternatif décelant le millivolt pleine échelle a donné de très bons résultats. Cette mesure est transmise après traitement à un voltmètre digital continu qui donne une lecture directe, ou permet d'envoyer la mesure sur une baie de transcription automatique. Des mesures locales de quelques millivolts sont tout à fait accessibles à cette technique.

III,2.2.3. Mesures de phases.

Un phasemètre donnant, grâce à une sortie analogique, directement la phase de 0 à 360° sans indétermination, avec une précision de 0,1°, est connecté au réseau, également par fils

nus, d'égales longueurs. Un inconvénient de ce genre de matériel, est que pour les faibles niveaux au-dessous de 300 mV, la précision devient moins grande ; à 70 mV la mesure est illusoire, il faut avoir recours à deux préamplificateurs de même gain et même déphasage, pour faire ces mesures correctement.

III,2.2.4. Mesures d'impédances.

Pour cette mesure très importante dans l'expérience envisagée, un pont General Radio donne directement les valeurs de l'impédance d'entrée avec une précision plus grande que 1% jusqu'à 20 kHz; au-delà la précision diminue jusqu'à 100 kHz.

III,3. Résultats expérimentaux.

Dans le premier chapitre, les différentes grandeurs exploitables sur le réseau ont été examinées.

Il s'agit de l'impédance de l'antenne, ses diagrammes de rayonnement et son champ proche. Ces trois grandeurs s'obtiennent rapidement et continûment par simple variation de la fréquence d'excitation.

III,3.1. Impédance d'antenne.

Il faut rappeler que celle-ci se mesure directement au noeud d'excitation du réseau. La valeur réelle Z_a est inversement proportionnelle à celle, Z_r , du réseau (2.2.2.3) suivant l'expression (21)

$$(106) \quad Z_a = \frac{12,136.10^3}{Z_r} \Omega$$

L'impédance du réseau, avec un schéma équivalent parallèle, a été mesurée dans toute la gamme de fréquences, puis transformée grâce à (106) dans l'analogie, en l'impédance de l'antenne réelle.

Il faut noter que la partie réelle R_a reste comprise entre une centaine d'ohms et dix ohms. La partie imaginaire X_a reste constamment capacitive et a une valeur comprise entre cinquante et dix ohms.

Aucune résonance ou anti-résonance franche n'apparaît dans la variation de cette impédance.

Sur les figures 26 et 27 sont représentées les courbes obtenues. Elles sont universelles, fonction de $k_0 a$. La partie réelle R_a est dessinée figure 26 et X_a figure 27.

III,3.2. Diagrammes de rayonnement.

Les diagrammes de rayonnement se mesurent sur les impédances itératives de chaque ligne, simulant les diverses directions de l'espace quantifié. La tension apparaissant aux bornes de la résistance est proportionnelle à la valeur du module du champ magnétique dans la direction choisie, multipliée par le sinus de l'angle de cette direction avec l'axe de révolution. Pour mesurer directement le véritable diagramme, il suffit de terminer les lignes par un potentiomètre ajustable figure 29, qui sera réglé pour assurer la correction de sinus de l'angle considéré.

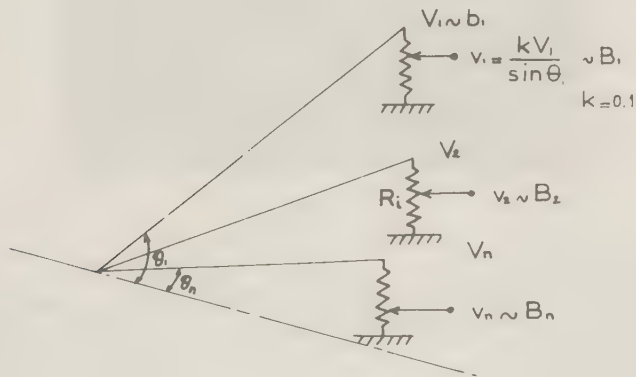
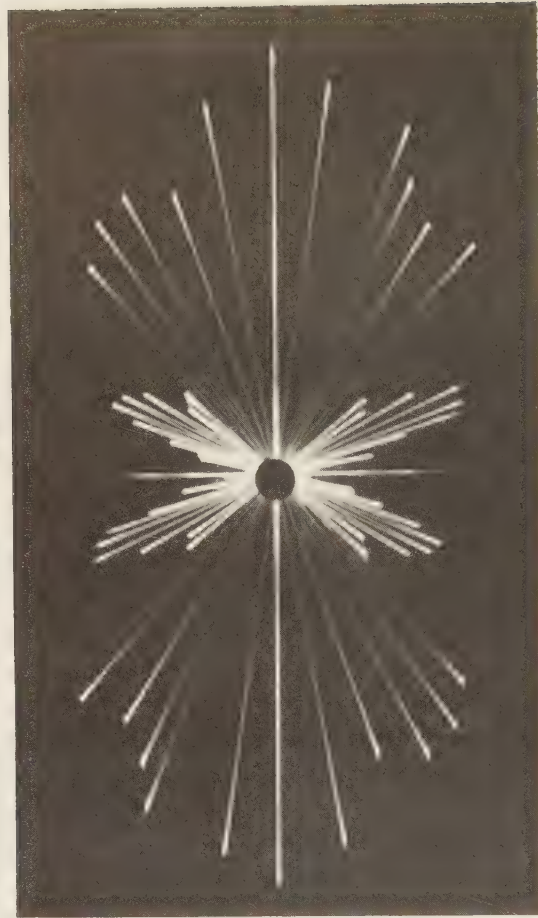


Fig. 29

Un montage à commutation mécanique a permis de visualiser directement sur oscilloscope ces diagrammes. En wobulant la fréquence d'excitation on peut regarder continuellement les variations du diagramme de rayonnement, photo 4.

Les figures 30 a.b.c... représentent une évolution des diagrammes avec la fréquence. On peut noter qu'aux pseudo résonances, il existe des ressemblances sensibles avec les diagrammes du doublet à ses résonances.



Photog. 4

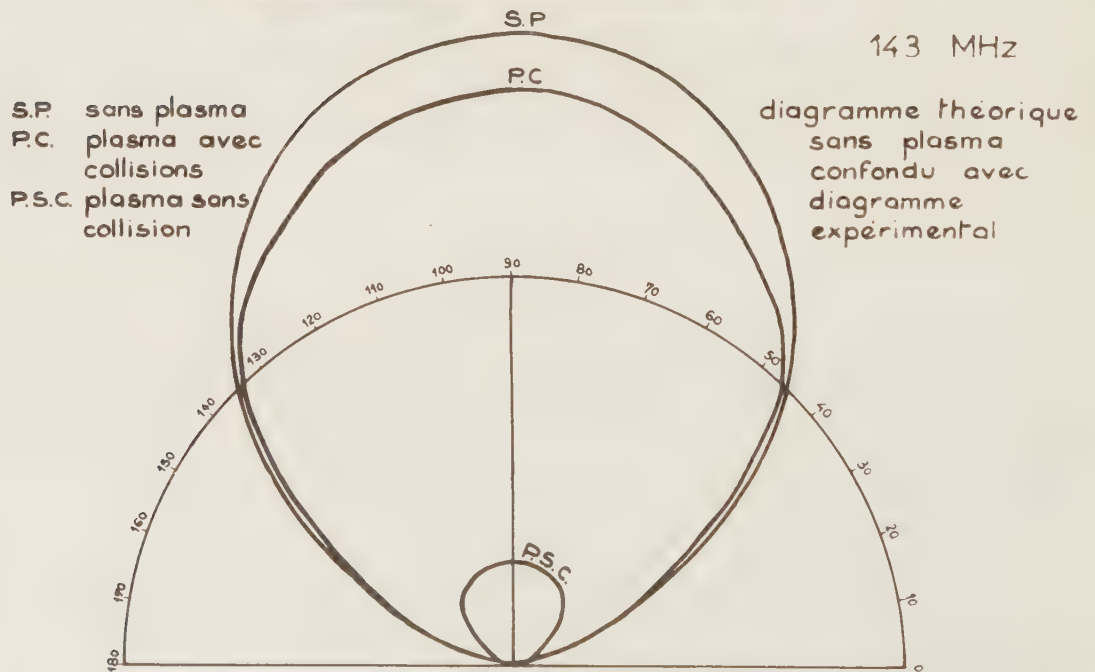


Fig. 30 a

177 MHz

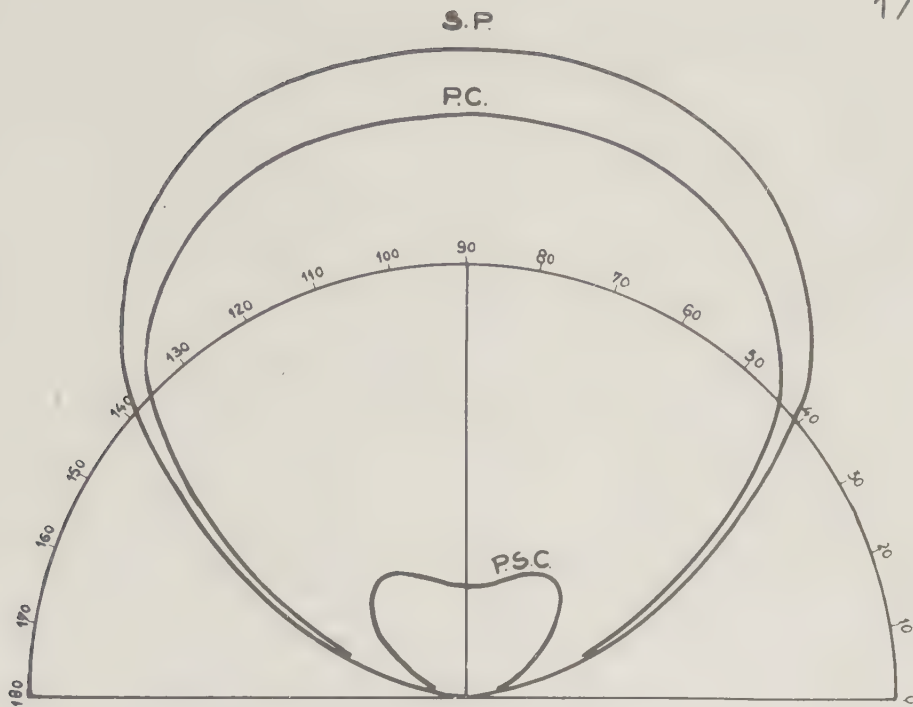


Fig. 30 b

208 MHz

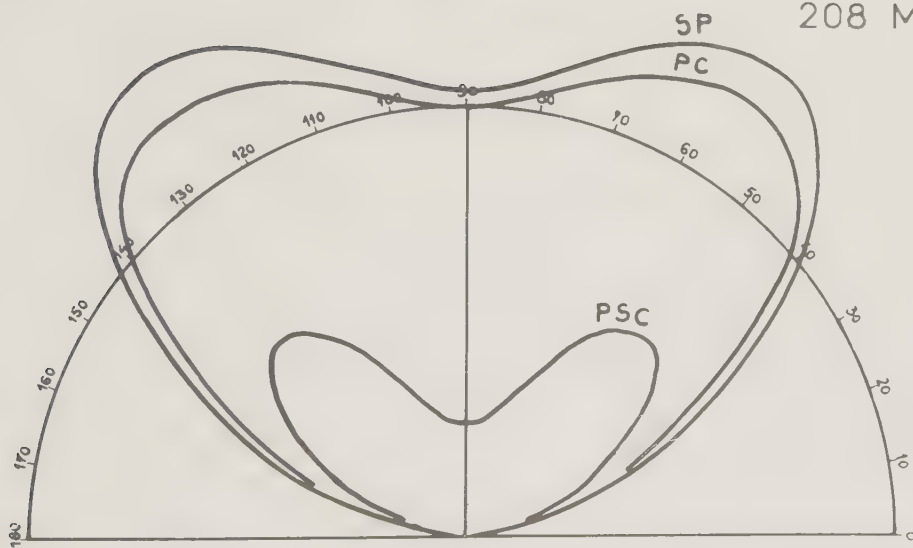


Fig. 30 c

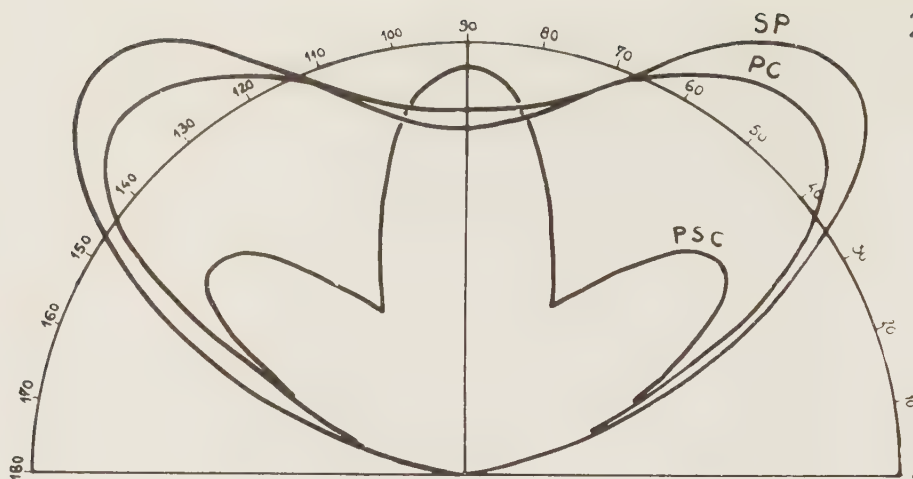


Fig. 30 d

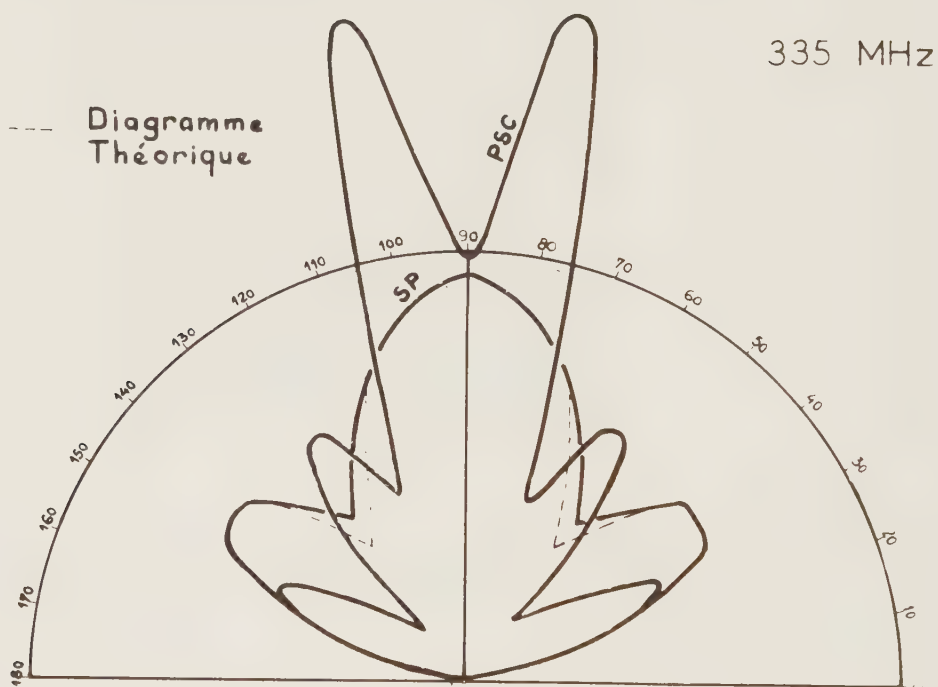


Fig. 30 e

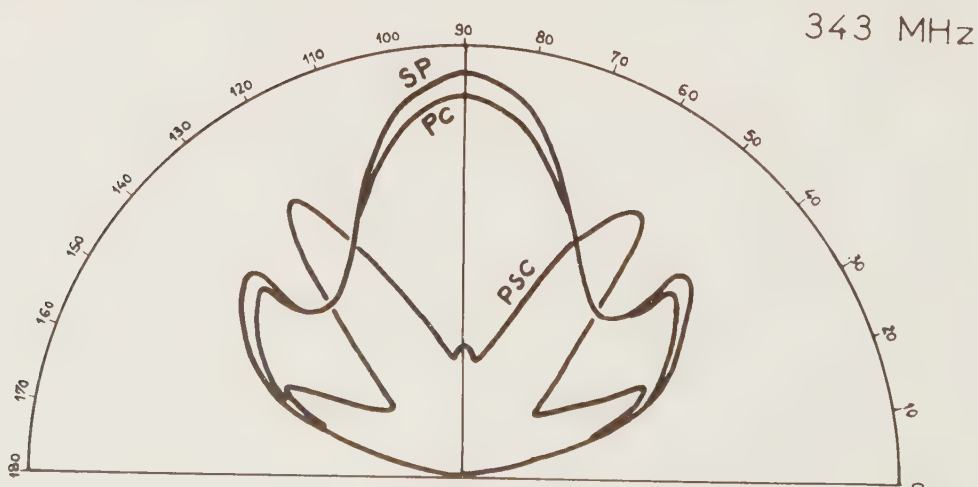


Fig. 30 f



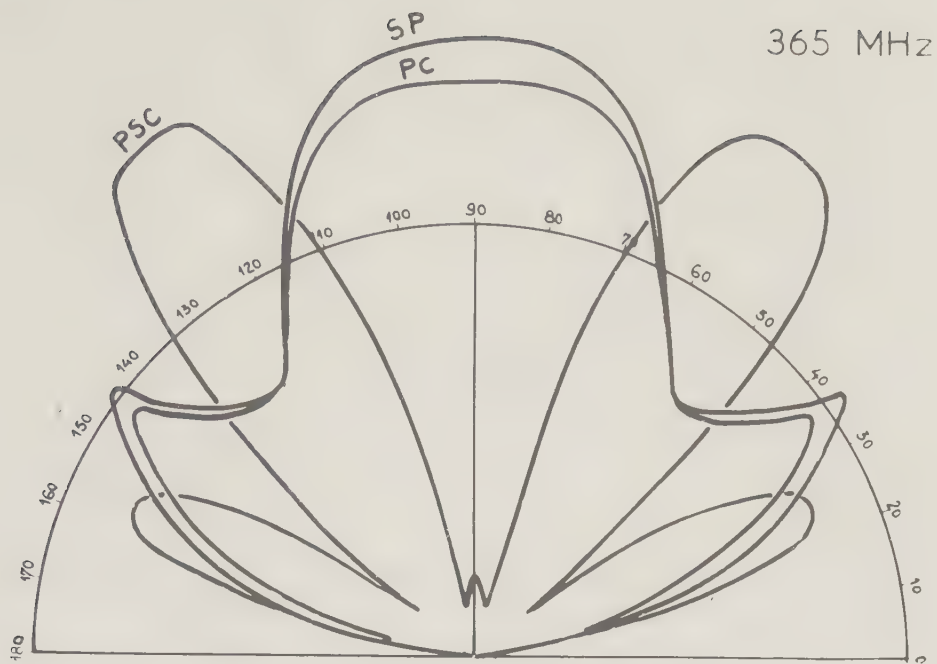


Fig. 30 g

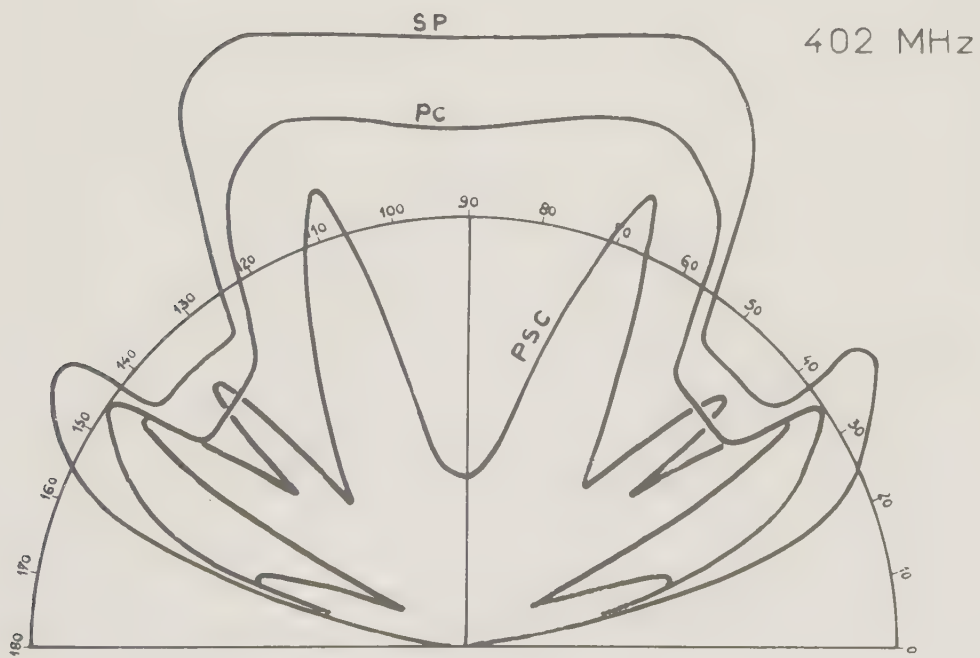


Fig. 30 h

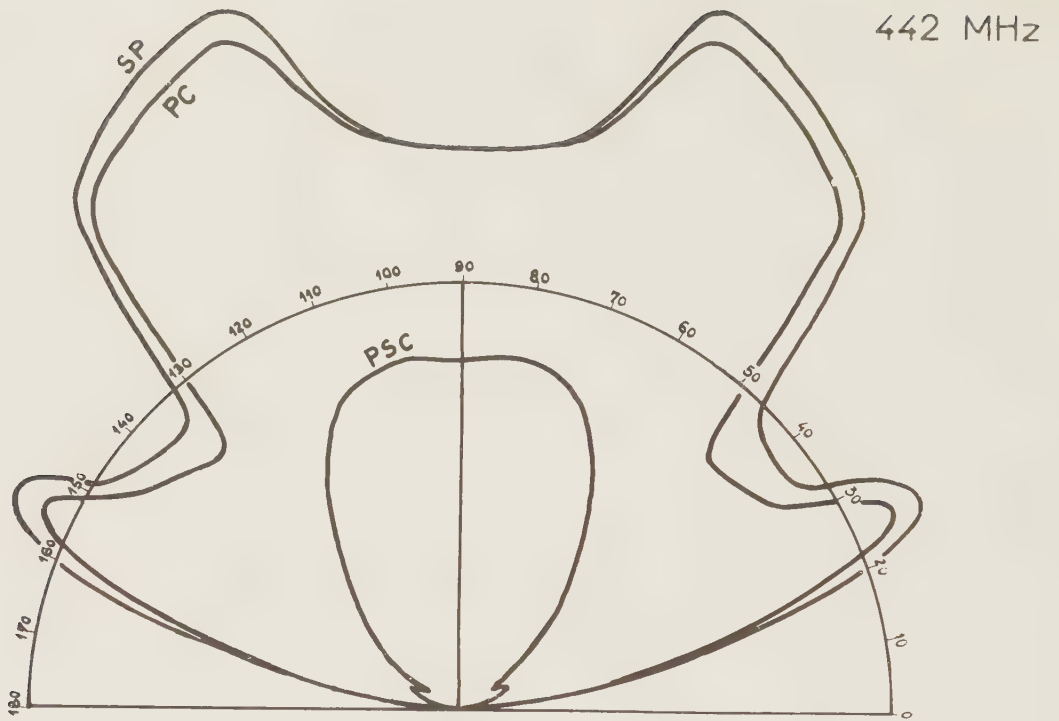


Fig. 30 i

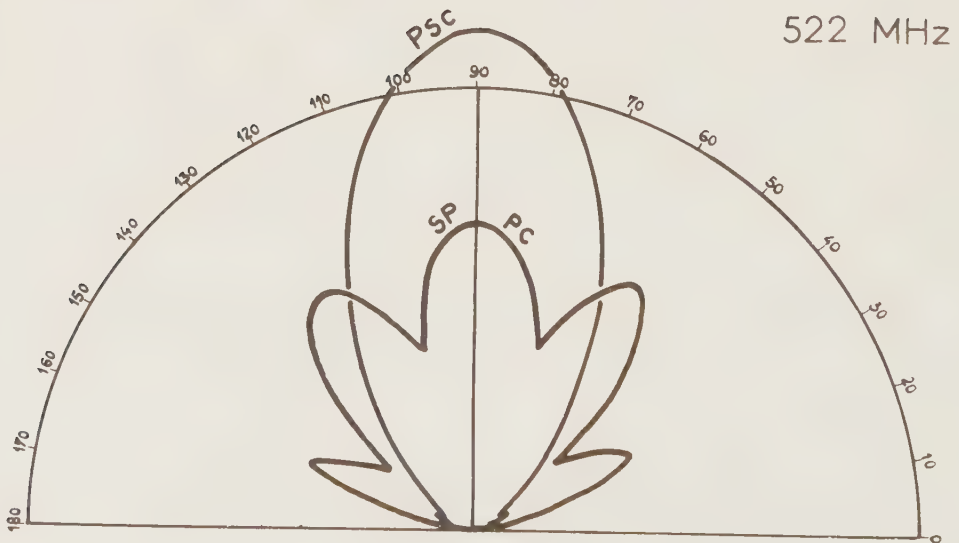


Fig. 30 j

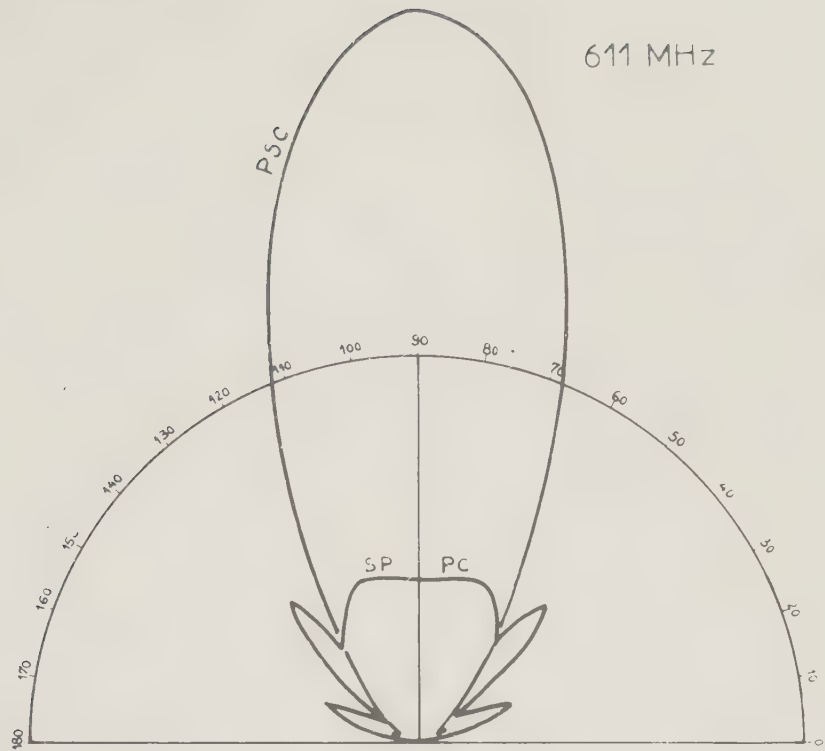


Fig. 30 k

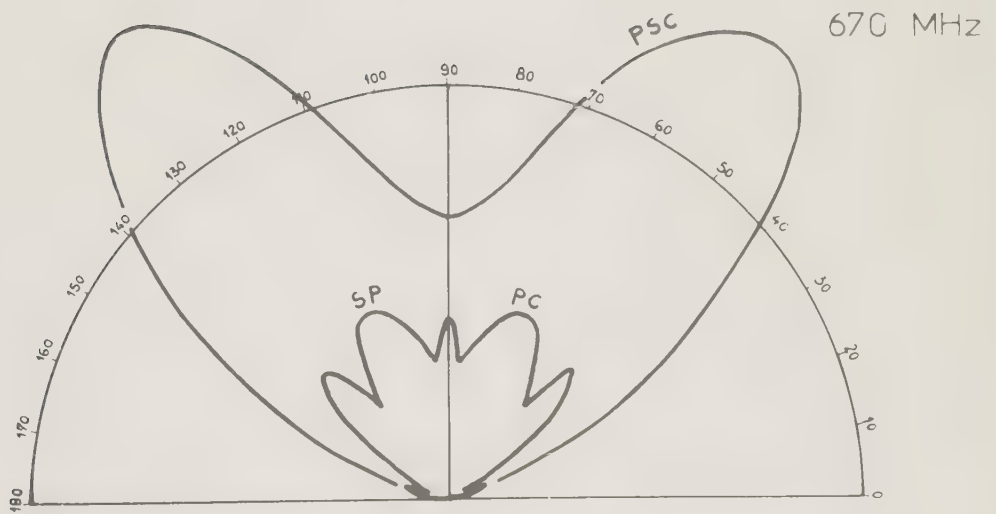


Fig. 30 l

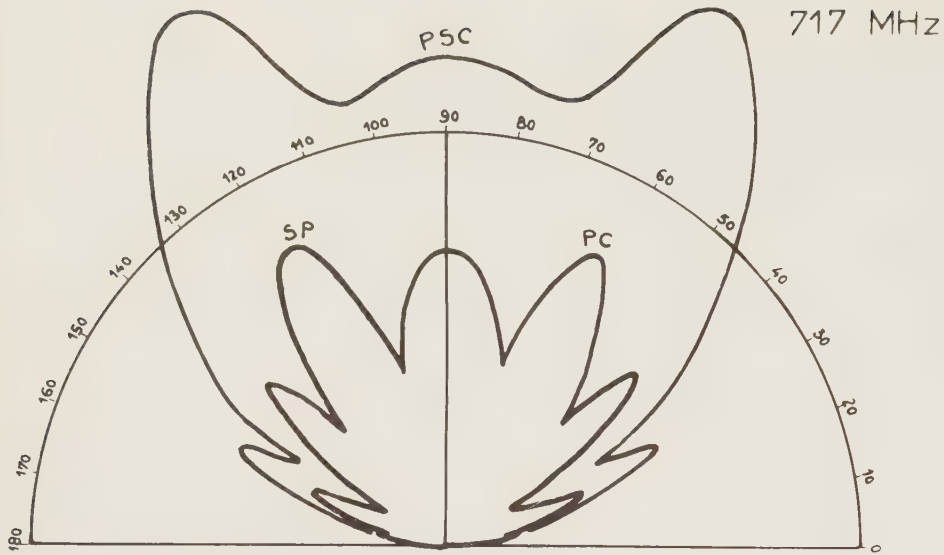


Fig. 30 m

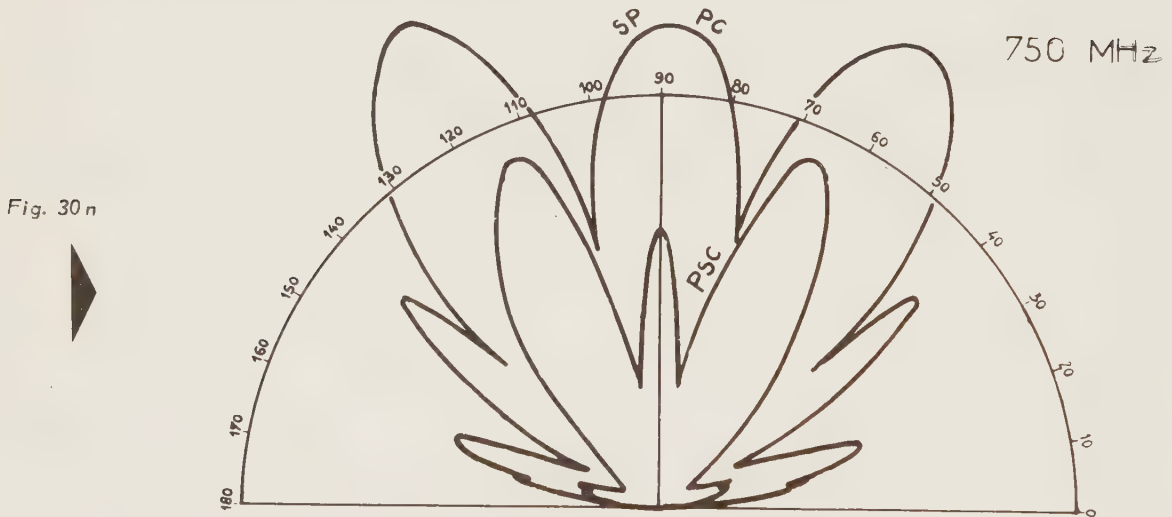


Fig. 30 n

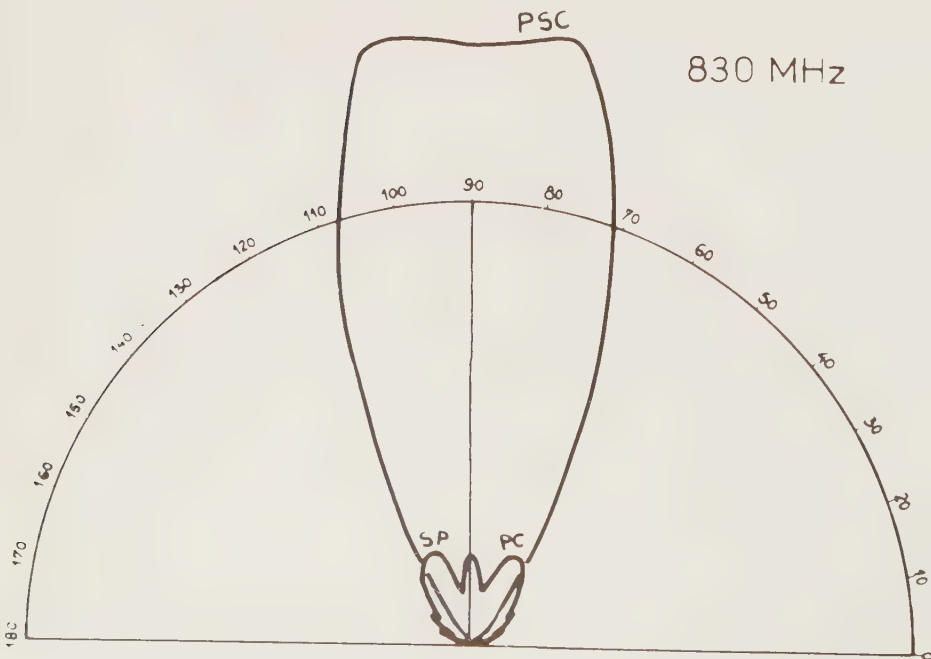


Fig. 30 o



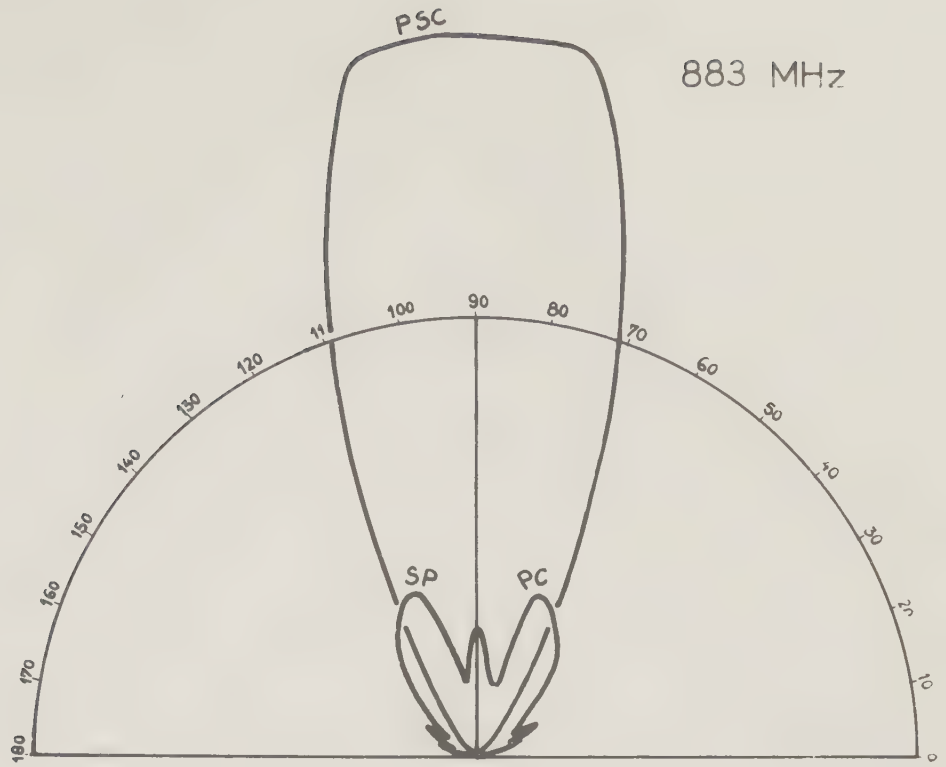


Fig. 30p

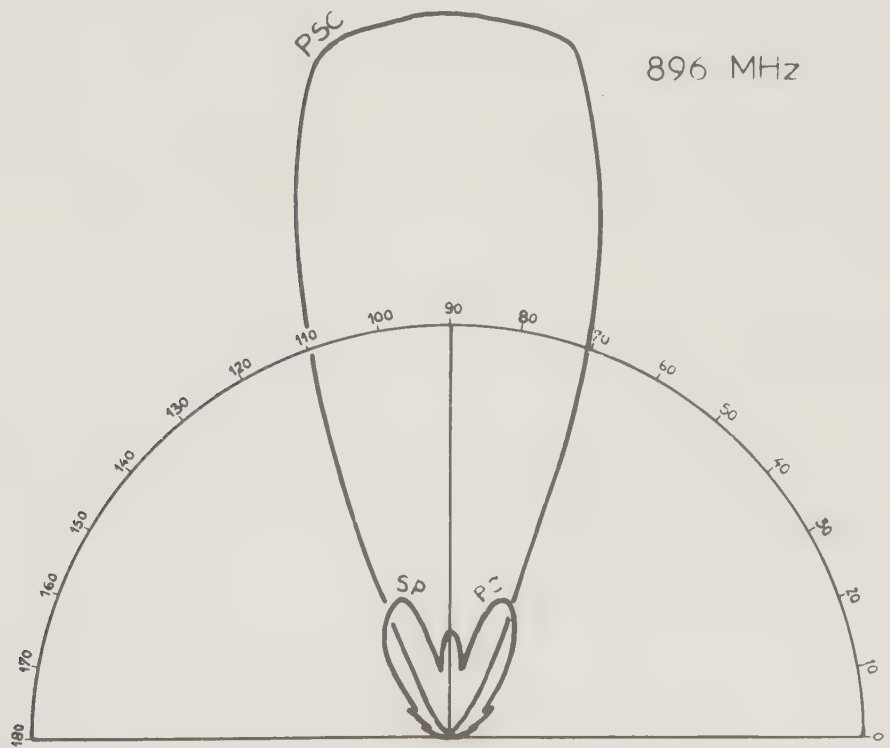


Fig. 30q

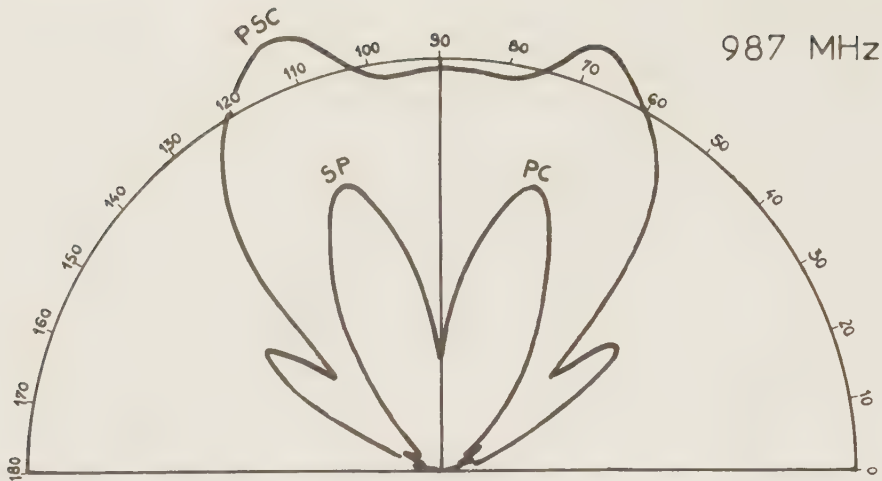


Fig. 30 r

III,3.3. Carte de champ électromagnétique.

La figure 31 est une carte des lignes de champ électrique. Elle a été tracée en traitant une carte des potentiels et des déphasages par rapport à l'origine, en chaque noeud du réseau. Sur cette figure il faut noter l'évolution de l'écoulement énergétique à partir de la fente de l'antenne jusqu'à l'infini. On visualise ainsi la création du diagramme de rayonnement.

La fréquence à laquelle la carte de champ de la figure 31 a été tracée est de 520 MHz (soit $k_0 a = 5,44$, $f_r = 20$ kHz). Elle a été choisie ainsi afin de représenter correctement l'établissement d'un certain nombre de longueurs d'onde autour de l'antenne.

III,4. Confrontation des résultats, théorie. Réseau.

Ce paragraphe met en évidence les qualités de la méthode. L'étude précédente était nécessaire afin de montrer les possibilités actuelles d'un tel réseau.

III,4.1. Impédance d'antenne.

Les calculs numériques exposés précédemment ont conduit au tracé de la figure 26 pour la partie réelle R_a de l'antenne. On constate que la courbe obtenue sur le réseau est en accord parfait

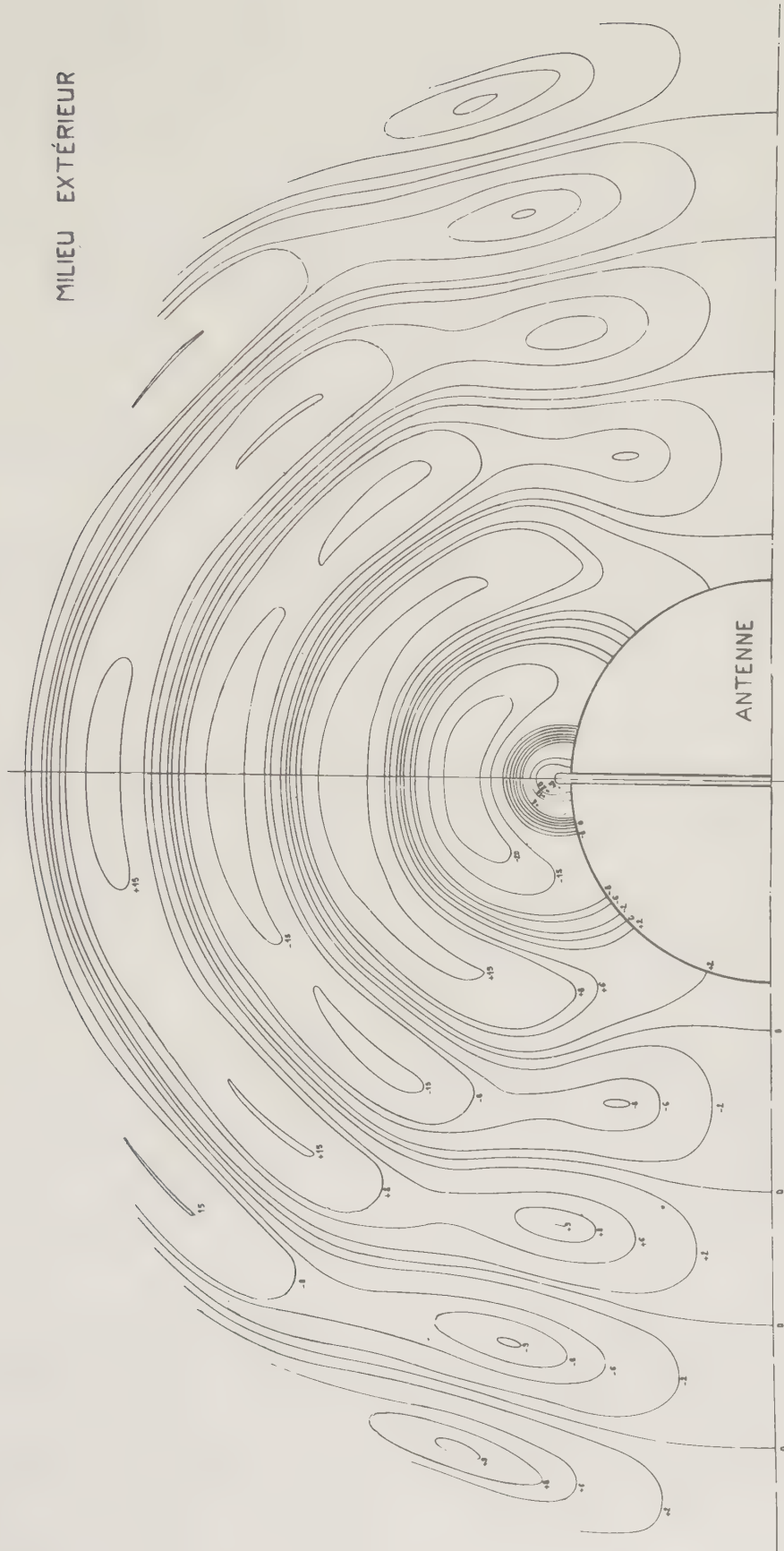


Fig. 37

avec les résultats théoriques, compte tenu du fait que ces derniers sont définis à 1% près. Les résultats varient donc suivant les plages de fréquences, de moins de 1% à environ 5% d'erreur dans les cas les plus défavorables, c'est-à-dire aux fréquences élevées. En effet, plusieurs causes d'erreurs peuvent alors entacher les résultats.

a) Le pont General Radio n'est garanti à 1% près que jusqu'à 20 kHz ; au delà, l'erreur croît rapidement avec la fréquence et en conséquence, une erreur assez importante de mesure peut être commise. Cette possibilité d'erreur ne met pas en cause la précision du réseau.

b) Aux fréquences élevées, le réseau décrit beaucoup moins finement qu'aux fréquences basses, les longueurs d'onde. En effet, pour le haut de la gamme, il ne reste que sept noeuds pour les simuler. Ceci peut donc introduire également une erreur sensible dans les différents résultats, erreur non chiffrable.

Si le découpage avait été choisi plus fin, $\Delta R < 4$ cm, cet inconvénient aurait disparu, cependant que le nombre d'éléments, et le prix de revient du même coup, auraient sensiblement augmenté.

La partie imaginaire de l'impédance est beaucoup plus difficilement accessible aux comparaisons du fait que seuls quelques points ont été calculés numériquement avec une précision difficile à chiffrer. D'autre part le réseau et ses mesures sont sujets aux mêmes erreurs que pour la partie réelle. Une erreur inférieure à 5% est cependant tout à fait raisonnable sur la réponse du réseau à cette grandeur. En fait elle ne doit pas dépasser 1% dans une grande partie de la gamme des fréquences.

Enfin, sachant qu'en pratique, lorsque les grandeurs expérimentales d'une antenne sont définies à 10% près, les résultats sont considérés comme très valables, on peut constater que le réseau définit les grandeurs d'une manière satisfaisante.

III,4.2. Diagrammes de rayonnement.

Seuls deux diagrammes théoriques à des fréquences très différentes ont pu être comparés aux diagrammes obtenus sur le réseau. Le premier diagramme, choisi à la première pseudo fréquence de résonance de l'antenne, a pu être intégralement identifié tant théoriquement que sur le réseau, figure 30.a.

Le second diagramme, relevé sur le réseau, comportant deux lobes secondaires a présenté de légères anomalies limitées aux profondeurs des "trous" de champ et à leur définition angulaire dont l'erreur ne dépasse pas 5° . En effet les différents rayons sont au plus espacés de 10° . En revanche, les niveaux relatifs des lobes, ainsi que les formes du diagramme ont été parfaitement conservés.

Cette expérience autant que la précédente permet de considérer les résultats du calcul analogique comme étant très valables comparés à des résultats expérimentaux obtenus sur ce genre d'antenne.

III,4.3. Carte de champs proches.

Il est évident qu'aucun calcul analytique numérique n'est possible rationnellement pour obtenir une carte de champs proches. Le réseau est ici le seul à fournir des résultats.

III,5. Introduction d'un plasma autour de la sphère.

L'étude entreprise ici n'a pour but que de faire une ébauche rapide des phénomènes et résultats que l'on peut attendre d'une antenne placée dans un milieu ionisé. C'est pourquoi on a choisi la configuration de plasma la plus simple possible, c'est-à-dire un plasma homogène réparti uniformément autour de la sphère émettrice :

- densité électronique de l'ordre de 6.10^9 e/cm³

- fréquence de collisions de l'ordre de $2,5.10^{11}$ c/s (électrons-neutres).

Deux expériences successives ont été faites : l'étude du plasma sans collision et l'étude du plasma avec collisions.

III,5.1. Calcul des conductances représentant le plasma.

Le schéma de principe d'une maille accompagnée de plasma a été donné dans les paragraphes précédents. On rappelle qu'à la fréquence

$$f_p' = k f_p$$

fréquence plasma analogique, les inductances L_R et L_φ calculées pour le vide entrent en résonance avec des capacités

Γ_R et Γ_φ simulant le plasma sans collision.

$$\Gamma_{R,\varphi} = \frac{1}{L_{R,\varphi} \omega_p'^2}$$

Si des collisions sont introduites, une résistance $R_{R,\varphi}$ vient, en parallèle sur $\Gamma_{R,\varphi}$, amortir le circuit oscillant L_C, Γ_C . Si ν' est la fréquence de collisions analogue

$$\nu' = k \nu$$

$$R_{R,\varphi} = \frac{1}{\Gamma_{R,\varphi} \nu'}$$

Numériquement, pour le plasma homogène précédent les valeurs des capacités $\Gamma_{R,\varphi}$ varient de 960 à 20 000 pF. Les collisions qui sont assez importantes dans le cas considéré se simulent par des résistances variant de 3 à 115 Ω . Enfin, le plasma considéré a été choisi sur une épaisseur de 8 cm.

III,5.2. Plasma avec collisions.

Les capacités $\Gamma_{R,\varphi}$ et les résistances $R_{R,\varphi}$ ayant été placées sur le réseau, toutes les différentes grandeurs de l'antenne se mesurent et se calculent comme précédemment.

Au paragraphe (2.3.4) l'analyse de la structure fondamentale d'une maille du réseau simulant le rayonnement dans un plasma, montre que lorsque les collisions sont élevées, le phénomène de rayonnement dans le plasma équivaut à celui du vide.

C'est ce qui a été constaté dans l'expérience décrite ici. Les figures 26 et 27 montrent les courbes d'impédance qui ne sont pour ainsi dire pas perturbées par la présence du plasma. Il en est de même des diagrammes de rayonnement qui suivent parfaitement, avec de très faibles atténuations, les diagrammes du vide, (figures 30).

III,5.3. Plasma sans collision.

En revanche, dans cette étude où libre cours est donné aux résonances des éléments et groupes d'éléments, sans aucun amortissement, de profondes perturbations, dans tous les domaines, sont constatées.

Ce cas sur le plan théorique est intéressant car il rejoint des études expérimentales et théoriques de résonances de gaine et de couche de plasma. De nombreux chercheurs ont élaboré, au cours des dix dernières années, une théorie des résonances de plasma qui pourrait permettre d'expliquer physiquement les phénomènes observés sur le réseau.

Une étude systématique de ce genre de phénomènes pourrait être entreprise ultérieurement par la méthode analogique.

Les courbes d'impédance obtenues sont données sur les figures 32 et 33. Une suite de résonances et antirésonances franches apparaît. L'antirésonance principale se produit à la fréquence plasma moyenne. La définition de ce plasma n'étant pas parfaite sur le réseau (les éléments le simulant étant définis à 10% près) des inhomogénéités sont apparues ne rendant pas le phénomène parfaitement pur.

D'autre part, les fuites des capacités, ainsi que les résistances ohmiques des selfs-inductances introduisent des termes correspondant à une valeur de fréquence de collisions moyenne, non parfaitement nulle, ce qui perturbe également le phénomène.

Les diagrammes de rayonnement aux fréquences intéressantes sont reportés sur les figures 30 ; le générateur alimentant le réseau travaille à tension constante, ce qui ne correspond pas à une alimentation à puissance constante.

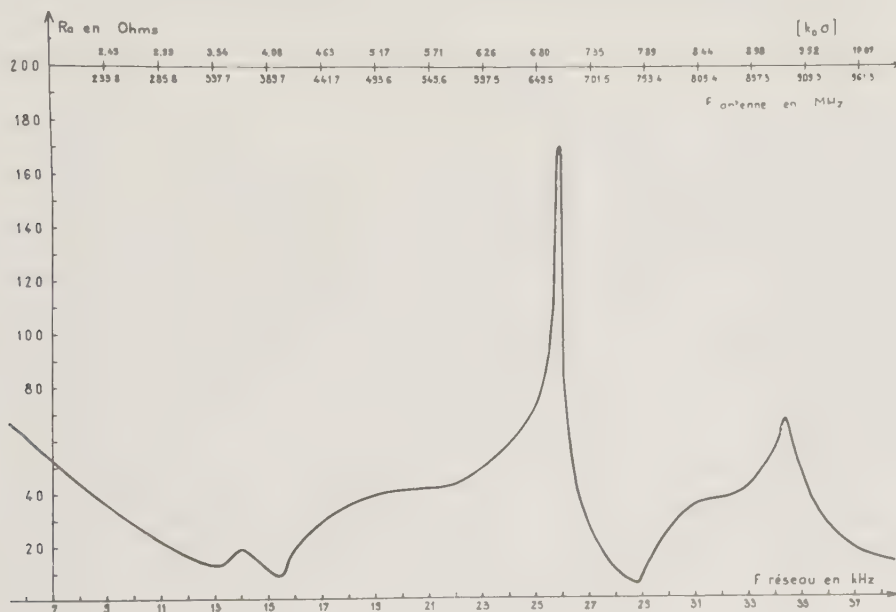


Fig. 32

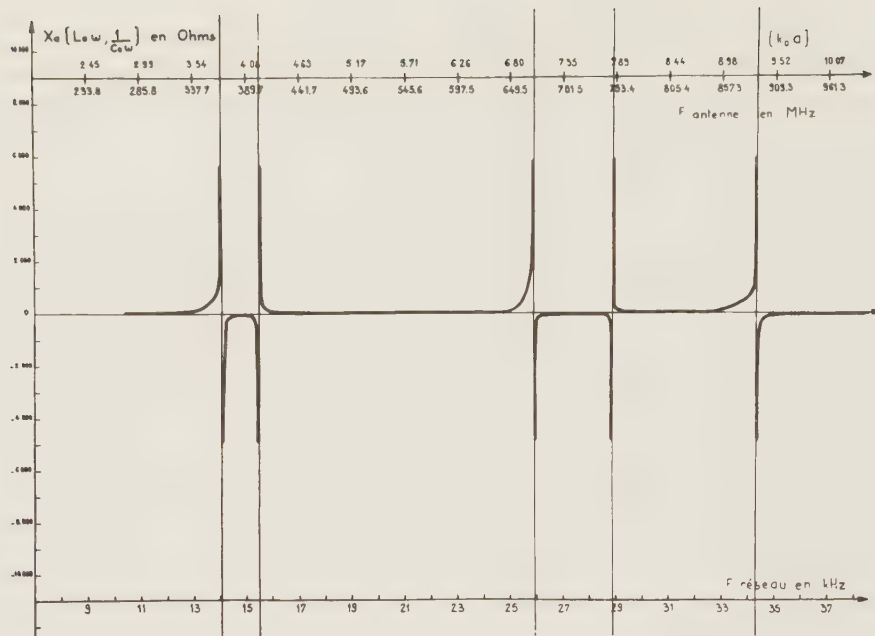


Fig. 33

D'énormes anomalies à variations très rapides d'une fréquence à une autre apparaissent. Aux alentours de la fréquence plasma, les variations sont si grandes qu'il a été impossible de définir avec précision quel était son diagramme, f_p n'étant définie qu'à 10% près environ.

IV. ANTENNE RAYONNANT DANS UN PLASMA DE RENTRÉE

L'antenne à étudier est une ogive de fusée entièrement conductrice, coupée à une certaine distance du nez par une fente diélectrique infiniment mince, (figure 34), (photo 5). Cette antenne est entourée, lorsqu'elle rentre dans l'atmosphère à une vitesse supérieure à Mach 14, par un certain plasma. Ce plasma a fait l'objet d'hypothèses et de calculs aérodynamiques permettant de définir, pour un écoulement donné (vitesse et nature du gaz connu), une onde de choc détachée et une configuration de plasma entre la paroi de l'engin et cette onde de choc.

L'analogie consiste à simuler ces caractéristiques et en extraire les résultats.

Le paragraphe 2.4 montre la préparation théorique et pratique pour l'élaboration d'un tel réseau.

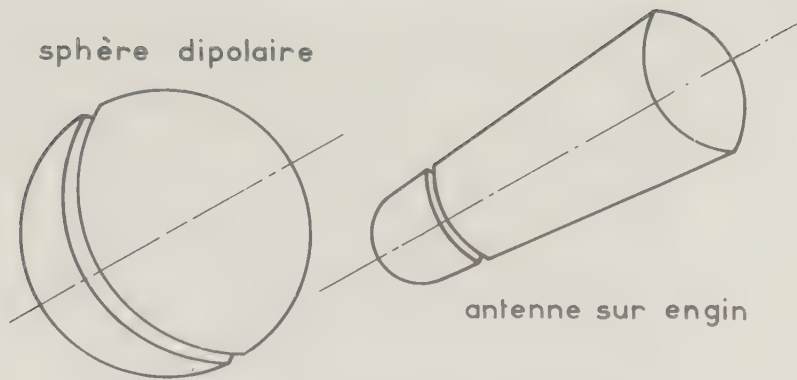


Fig. 34



Photog. 5

IV,1. Découpage de la zone de raccordement sphère engin.

On a choisi un découpage en coordonnées curvili-
gnes tel qu'une famille de courbes reste voisine sur une
certaine longueur des lignes de courant de l'écoulement
gazeux. Les gradients de densité électronique étant générale-
ment perpendiculaires à ces lignes, ce découpage permet de
simplifier par la suite l'introduction du plasma.

D'autre part, le maillage a été sensiblement resser-
ré autour de l'engin afin de tenir compte de la grande ampli-
tude de ces gradients: ainsi la longueur utile de maillage
qui est de 4 cm dans le vide doit être réduite à 2,5 mm dans
le voisinage de la paroi, figure 35. En dehors de l'onde de
choc, une simulation à larges mailles suffit.

Enfin, une zone spéciale découpée très finement a
été créée le long de la paroi, afin de simuler une couche
limite avec des profils de densité tout à fait quelconques.

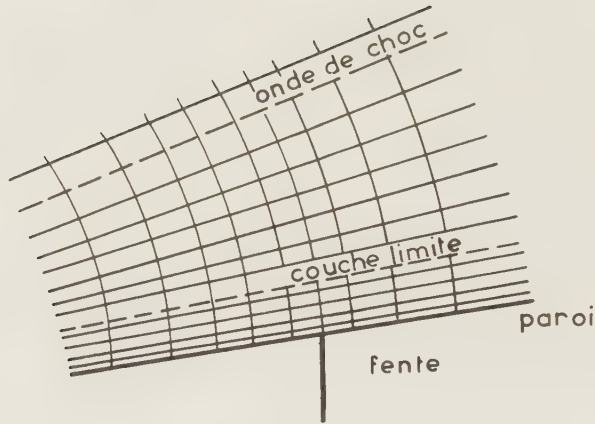


Fig. 35

IV,2. Conductances simulant la propagation dans le vide.

Une application numérique directe de la théorie du paragraphe (2.4.2) permet d'écrire

$$(107) \quad \Gamma_{pf} = 0,428 \cdot 10^{-6} \frac{\Delta S_{ij}}{r_{ij}}$$

$$L_{\eta_{ou} \xi} = 1,752 \cdot 10^{-2} f(\eta_{ou} \xi)$$

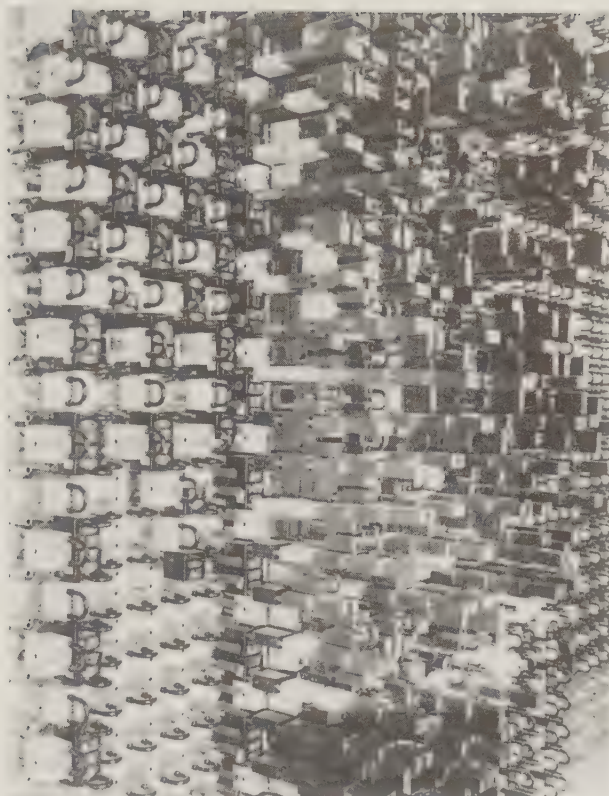
$$(108) \text{ avec } f(\eta_{ou} \xi) = r_{\xi} \frac{2 \Delta \xi}{\Delta \eta_{+} + \Delta \eta_{-}}$$

On rappelle que ces différents paramètres sont explicités figure 20.

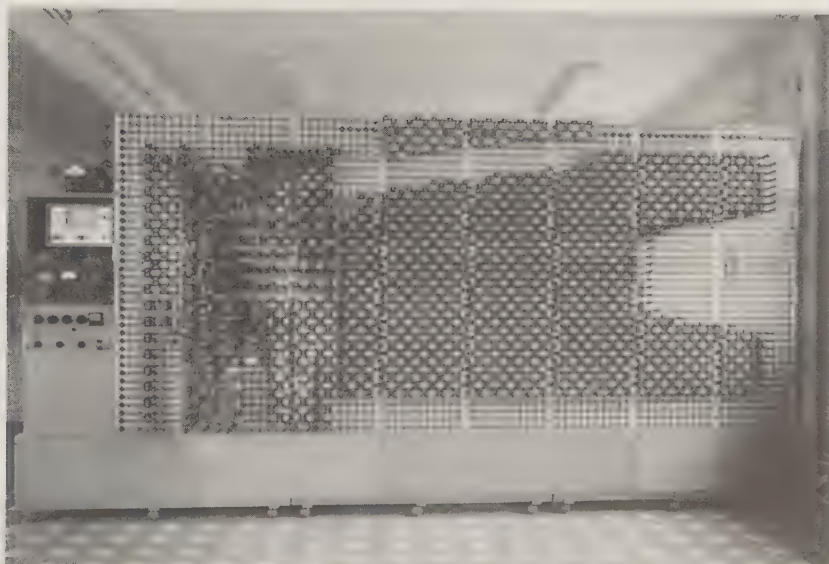
Les nouveaux éléments introduits sur ce réseau de raccordement ont des plages de variations qui :

- pour les capacités s'étendent de 50 à 20 000 pF ;
- pour les inductances de 0,1 à 100 mH.

Leur quantité approximative est respectivement de 1 000 et 2 000 éléments, (photos 6 et 7).



Photog. 6



Photog. 7

IV.3. Conductances simulant un plasma de rentrée.

En se référant au paragraphe (2.4.3) les valeurs des capacités et des résistances simulant le plasma seront données par

$$C_j = \frac{1}{L_j \omega_p'^2}$$

$$R_j = \frac{\omega_p'^2}{\nu'} L_j$$

$$j = \eta \text{ ou } \xi$$

ω_p' et ν' seront les valeurs moyennes des fréquences plasma et fréquences de collisions dans chaque petit volume élémentaire défini précédemment. Un découpage de 2,5 mm permet donc d'afficher des gradients de longueur caractéristique 2,5 mm, ce qui représente une bonne approximation du plasma. La figure 36 représente un découpage de n_e adopté sur un rayon, à partir de la paroi.

Ces éléments se situent toujours dans la même gamme de valeurs allant de quelques dizaines de picroFarad à 10 ou 20 000 pF et 0,1 à quelques 100 mH.

IV.4. Résultats expérimentaux de l'antenne rayonnant dans le vide.

Pour cette antenne, il n'existe aucun support théorique à rattacher au calcul fait par le réseau. Une autre méthode de vérification a été employée. On a comparé le diagramme de rayonnement obtenu sur le réseau à une fréquence donnée, au diagramme obtenu à partir d'une maquette rayonnant réellement l'énergie électromagnétique à la fréquence désirée. Pour cette dernière expérience une chambre anéchoïde a servi de salle de mesures ainsi qu'une installation extérieure de mesure de diagrammes.

Ces deux méthodes nous ont donné des dispersions angulaires des lobes de l'ordre de 5 à 7°.

Le diagramme obtenu sur le réseau, après une correction due à la géométrie de l'antenne est parfaitement comparable au diagramme expérimental, (figure 37).

Cette confrontation permet de considérer que les résultats de ce réseau seront aussi valables que les précédents avec une très bonne approximation.

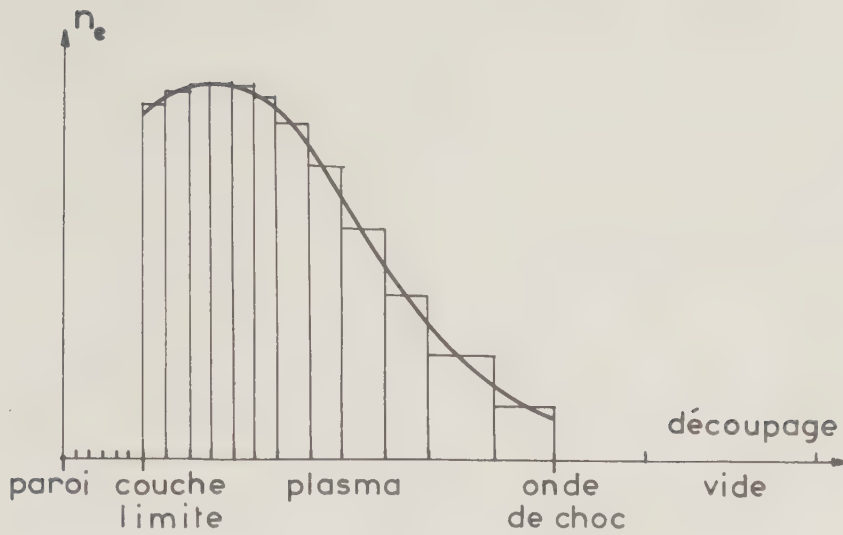


Fig. 36

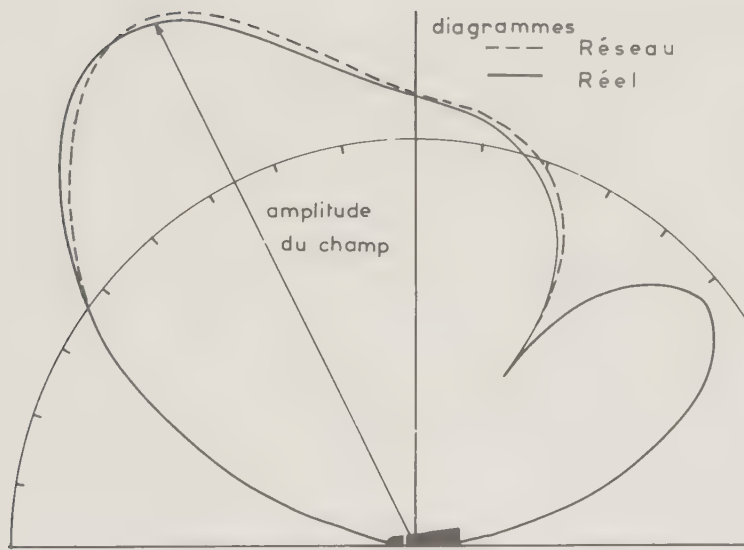


Fig. 37

A partir de ce point, il faut prendre en bloc les résultats donnés par le réseau. On considèrera qu'il est devenu opérationnel.

Un autre diagramme de rayonnement relevé sur le réseau à une fréquence triple est présenté figure 38.

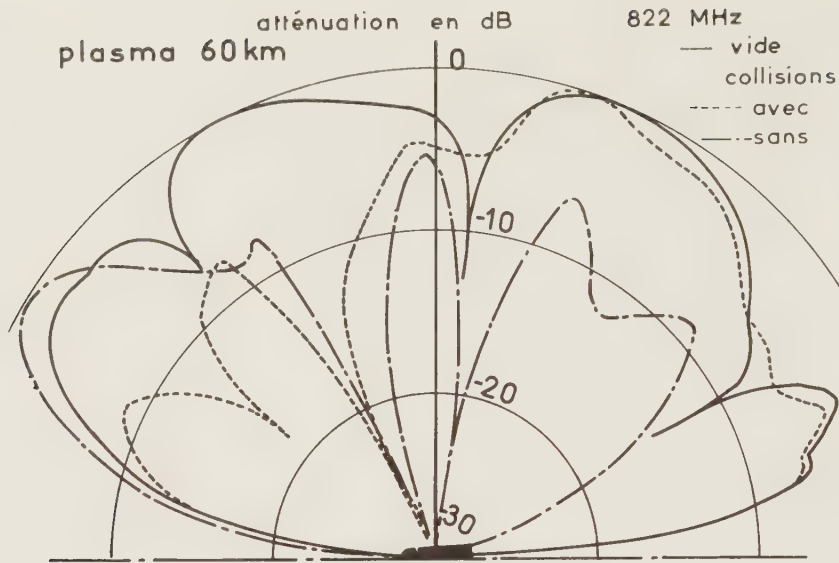


Fig. 38

IV,5. Impédance d'antenne.

Il est prévisible que, les géométries étant peu différentes entre la sphère dipolaire et l'antenne considérée, les impédances d'antenne en fonction de la fréquence soient peu changées.

Ces résultats sont présentés sur les figures 39 et 40 pour les parties réelle R_a et imaginaire X_a de l'antenne.

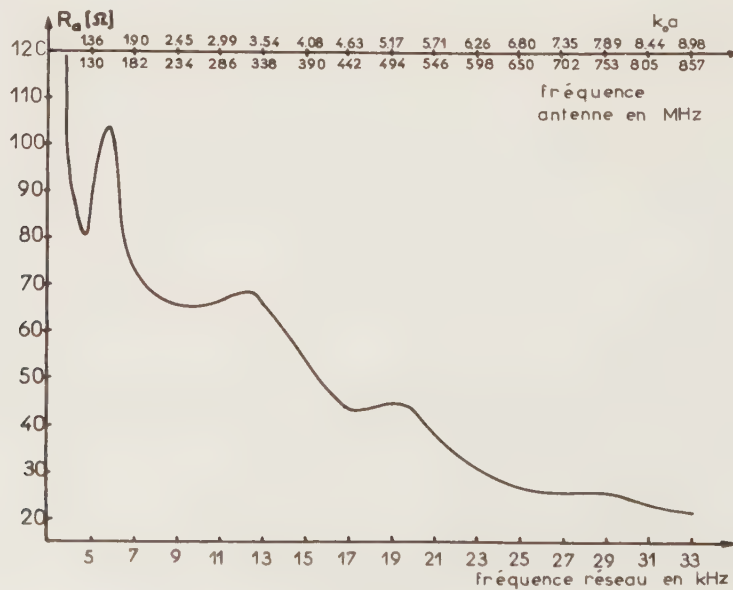


Fig. 39

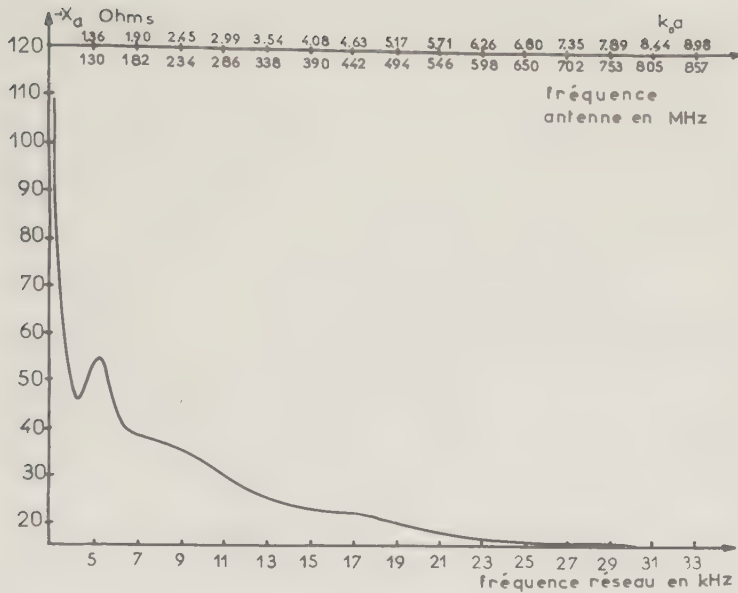


Fig. 40

IV,6. Introduction d'un plasma de rentrée autour de l'antenne. Résultats.

Le réseau étant entré dans sa phase opérationnelle, pour connaître les réactions de cette antenne à diverses configurations de plasmas, il suffit d'introduire autant de cartes de plasmas qu'on le désire. On notera systématiquement tous les résultats afin d'essayer d'établir de pseudo lois empiriques sur les changements de caractéristiques de cette antenne plongée dans un plasma évolutif.

Dans cette étude seuls les résultats relatifs à une certaine configuration de plasma sont présentés.

Il s'agit d'un plasma aérodynamique théorique calculé pour un engin rentrant à Mach 15 dans l'atmosphère, à une altitude de 60 km. L'engin étant de forme analogue à la maquette de la photo 5. Il possède une longueur de 2 m environ sur un diamètre moyen de 40 cm.

Deux fréquences ont été choisies pour cette étude 274 et 822 MHz (harmonique 3 de la première). A cette altitude et pour ce plasma particulier les deux séries de résultats sont assez dissemblables.

IV,6.1. Excitation basse fréquence.

Les expériences ont été faites en simulant d'abord le plasma sans ses collisions. L'énergie se répartit à peu près comme dans le vide hormis un trou de champ très net dans la direction perpendiculaire à l'axe de révolution (figure 41).

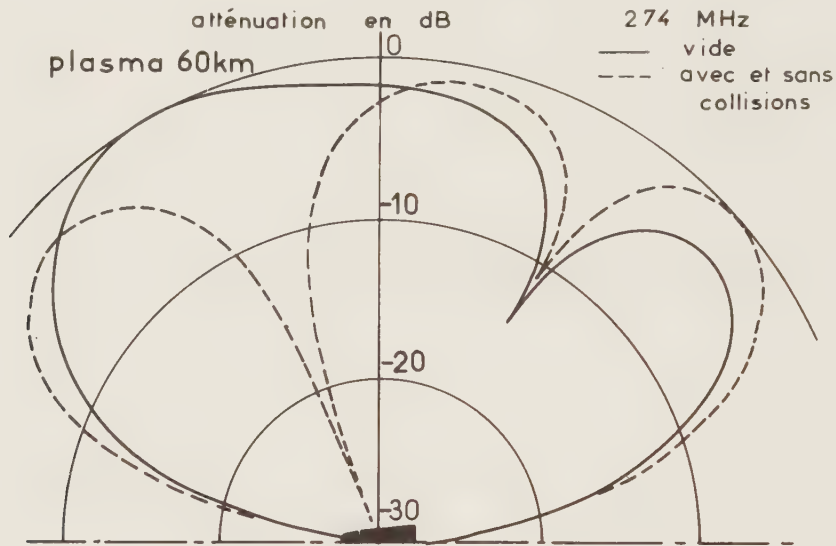


Fig. 41

Lorsque les collisions ont été introduites, aucun changement sensible n'a été ressenti sur les différentes grandeurs caractérisant l'antenne ; impédance et diagramme de rayonnement sont restés invariants figure 41.

L'impédance de l'antenne dans le vide est

$$R_a = 69 \Omega$$

$$X_a = 31 \Omega$$

Dans le plasma sans collision

$$R_a = 30,5 \Omega$$

$$X_a = 21 \Omega$$

Ce qui correspond à un T.O.S, taux d'ondes stationnaires, de 2,8 lorsqu'on passe de l'adaptation dans le vide à la désadaptation due au plasma.

IV,6.2. Excitation haute fréquence.

A la fréquence de 822 MHz les mêmes mesures que précédemment ont été effectuées. Le plasma sans collision a modifié très sensiblement le diagramme du vide (figure 42), l'énergie a une tendance très nette à "s'échapper" vers l'arrière de l'engin où le plasma est beaucoup moins dense.

En revanche, lorsque les collisions ont été simulées sur le réseau une amélioration considérable du rayonnement vers l'avant se fait sentir. En effet, vers le nez de l'engin, la fréquence des collisions est beaucoup plus élevée que vers la queue, permettant ainsi un meilleur passage du flux électromagnétique.

A cette fréquence l'antenne travaille dans une zone où elle est particulièrement sensible aux variations de la fréquence de collisions, à l'inverse du cas précédent.

L'impédance de l'antenne dans le vide est :

$$R_a^0 = 26 \Omega$$

$$X_a^0 = -12 \Omega$$

Dans le plasma sans collision

$$R_a' = 16 \Omega$$

$$X_a' = -12 \Omega$$

Dans le plasma avec collisions

$$R_a^2 = 21 \Omega$$

$$X_a^2 = -11,8 \Omega$$

Les différents T.O.S. sont alors

$$TOS_{01} = 1,70$$

$$TOS_{02} = 1,25$$

Ces T.O.S. sont relativement peu élevés car il se trouve que pour ces deux fréquences, les ordres de grandeurs de l'impédance sont identiques à ceux du vide. La partie imaginaire de l'antenne reste capacitive. Il existe cependant de grandes zones de fréquences où cette partie imaginaire est selfique, et d'autres où la partie réelle est très grande ou au contraire très petite, ce qui correspond alors à des T.O.S. fort importants.

Exemple :

vide plasma	$f_r \text{ kHz}$	90	13	16,5
	$f_a \text{ MHz}$	234	338	416
	$R_v \ \Omega$	66	64	48
	$X_v \ \Omega$	- 34	- 26	- 21
	$R_p \ \Omega$	370	7	90
	$X_p \ \Omega$	∞	- 7	+ 25
	$TOS_{v,p}$	∞	~ 14	~ 26

V. SYNTHÈSE DE L'ÉTUDE

Ce travail avait pour but de créer un calculateur analogique exploitable dans de nombreux cas d'étude d'antennes placées dans un milieu ionisé inhomogène.

Une très grande place a été réservée à l'exposé de la théorie de la simulation et à son adaptation au rayonnement électromagnétique d'une sphère dipolaire, afin de bien préciser les possibilités d'un tel calcul. Ensuite, les adaptations possibles au rayonnement dans le vide ou dans un plasma de n'importe quelle antenne de révolution ne sont que la combinaison de problèmes technologiques et de calcul. Le réseau ne présente plus que l'intérêt d'être une machine exploitable qui sera susceptible de donner autant d'informations que l'on désirera pour un problème d'antenne donné.

Sur le plan pratique et théorique le réseau étudié actuellement simultanément deux antennes différentes, grâce à l'adaptation antenne-sphère qui a été réalisée. En effet il suffit de déconnecter au niveau de la sphère une ligne de conductances du réseau complémentaire d'une antenne 1 et de raccorder de la même manière le réseau complémentaire d'une antenne 2 ou n pour étudier simultanément l'une ou l'autre de ces antennes. Cette déconnection de ligne peut ramener également, immédiatement, à l'étude de la sphère dipolaire, si l'on ne reconnecte pas la ligne. Plusieurs configurations de plasmas sont en préparation pour être adjointes tant à une antenne qu'à l'autre.

Enfin, si l'on considère la méthode de simulation analogique énergétique dans tous son champ d'application, il faut dire que quelque soit le phénomène physique linéaire considéré, quelque'en soient les difficultés analytiques, un tel réseau sera concevable en pratique. Pour rester dans le domaine de l'électromagnétisme, beaucoup d'applications peuvent être traitées assez rapidement par cette méthode. M. ALAIS a proposé, outre le phénomène qui vient d'être exposé, l'étude duale de la précédente, à savoir le cas de l'antenne dipolaire magnétique de révolution excitée par une simple bobine circulaire dont l'axe coïncide avec l'axe de symétrie. Les problèmes de couplage de plusieurs bobines d'axe commun, en présence ou non d'un milieu diélectrique, ou conducteur, ou d'un plasma, peuvent se traiter dans la même optique. Les discontinuités entre deux guides d'ondes, les résonances de cavité, leur couplage avec le milieu extérieur, etc ... autant de problèmes qui trouvent une solution originale grâce à la simulation analogique énergétique.

Manuscrit remis le 22 octobre 1968.



RÉFÉRENCES

- [1] James E. DRUMMOND
Radio propagation in re-entry plasmas.
Boeing scientific research laboratories; document DI-82-0698-
oct. 1967
- [2] P. ALAIS
Calcul analogique de systèmes physiques linéaires
Application à l'étude statique et dynamique d'ossatures
hyperstatiques
Journal de Mécanique - vol. II n° 3 - sept. 1963
- [3] P. ALAIS
Méthode générale de calcul de systèmes linéaires en oscil-
lation forcée à partir de considérations énergétiques.
Annales de l'Association Internationale pour le Calcul
Analogique n°4 - oct 1967
- [4] P. ALAIS
Simulation du comportement dynamique de structures au
moyen de réseau de selfs et capacités
Journal de Mécanique - vol. III n° 1 - mars 1964
- [5] P. ALAIS
Oscillations d'Alfven d'un liquide conducteur entretenues
électriquement
Journal de Physique - tome 27 - juil. août 1966
- [6] P. ALAIS
Calcul analogique de résonances dimensionnelles hélicon
(à paraître)
- [7] G. KRON
Tensorial analysis and equivalent circuits of elastic
structures
J. Frankl. Ins. t. 238 n° 6 - 1944
- [8] P. ALAIS et R. SIESTRUNK
sur la Résolution analogique des assemblages continus
plans de pièces droites
C.R. Académie des Sciences t. 252 - 1961 p. 1104 à 1106

- [9] P. POINCELOT et L. ROBIN
"Le radiateur électromagnétique sphérique"
Précis d'électromagnétisme théorique - Travaux et Recher-
ches Mathématiques - Dunod - Paris 1963
- [10] S.A. SCHELKUNOFF
"Mode theory of antennas"
Advanced Antenna Theory
John Wiley et Sons, I.N.C. N.Y. 1952
- [11] L. ROBIN
Fonctions sphériques de Legendre, et fonctions sphéroïdales
Collection Technique et Scientifique du CNET
tome III - Paris - Gauthier Villars - 1959
- [12] Tables of spherical Bessel Functions - vol. I et II
Mathematical Tables Project
National Bureau of Standards
Columbia University Press - New York (1946 et 1947)
- [13] Tables des fonctions de Legendre associées $P_n^m(\cos \theta)$
1er fascicule - CNET
Editions de la Revue d'Optique - Paris 1952.



DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

PHÉNOMÈNES D'AMPLIFICATION ACOUSTIQUE ASSOCIÉS A L'EFFET ACOUSTO-ÉLECTRIQUE
DANS LES SEMI-CONDUCTEURS PIEZOÉLECTRIQUES

Vu et approuvé :

Paris, le 22 juillet 1968

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Marc ZAMANSKY

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE

